Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра вищої математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Проректор з науково-педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В. ____

«_____»________________ 2021 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математичний аналіз

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти ________перший (бакалаврський)____________________

галузь знань __________10 Природничі науки____________________________

(шифр і назва)

спеціальність_________105 Прикладна фізика та наноматеріали____________

(шифр і назва)

освітня програма______Радіофізика і електроніка та біофізика______________

(шифр і назва)

спеціалізація__________Радіофізика і електроніка, біофізика________________

(шифр і назва)

вид дисципліни__________________обов'язкова_____________________________

(обов'язкова /за вибором)

факультет _радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

(назва факультету)

2021 / 2022 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізичного факультету

"_25" _червня __ 2021 року, протокол № _8_

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: доцент Парфьонова Н. Д., к. ф.-м. н.;

Програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики фізичного факультету

Протокол від "_30" ___серпня________2021 року № 1___

Завідувач кафедри вищої математики

________________________ _Ніна Завгородня ______
(підпис) (прізвище та ім'я)

Програму погоджено з гарантом освітньої(освітньо-професійної) програми (керівником проектної групи) «Радіофізика, біофізика та комп'ютерні системи»
(назва освітньої програми)

Гарант освітньої (освітньо-професійної) програми (керівник проектної групи)

_________________________Олег БОЦУЛА
(підпис) (прізвище та ім'я)

Програму погоджено методичною комісією
факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем___
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від "_25_"__червня_____________ 2021року № _7_

Голова методичної комісії факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

________________________ Олександр БУТРИМ
(підпис) (прізвище та ім'я)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Математичний аналіз” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки

бакалавра

(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальність 105 Прикладна фізика та наноматеріали

(шифр і назва)

освітня програма Радіофізика і електроніка та біофізика

(шифр і назва)

спеціалізація Радіофізика і електроніка, біофізика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Аналітична геометрія та вища алгебра” є навчання майбутніх бакалаврів основам аналітичної геометрія, вищої алгебри та теорії графів.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Математичний аналіз” є оволодіння основами і методам аналізу функцій дійсної змінної та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.

1.3. Кількість кредитів: 15.

1.4. Загальна кількість годин: 450.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни

Нормативна / за вибором: *Нормативна*	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1-й та 2-й	
Лекції	
112 год.	
Практичні, семінарські заняття	
128 год.	
Лабораторні заняття	
0 год.	
Самостійна робота	
0 год.	
Індивідуальні завдання	
210 год.	

1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

знати:

– властивості границь числових послідовностей та числових функцій;
– властивості неперервних функцій ;
– диференціальне числення функцій однієї змінної;
– методи інтегрування для знаходження первісних функцій;
– теорію збіжності числових рядів;
– теорію степеневих рядів;
– властивості неперервних функцій кількох змінних;
– диференціальне числення функцій кількох змінних;
– формули Гріна, Гаусса-Остроградського, Стокса;
– основи теорії векторних полів;
– елементи теорії рядів Фур'є за ортонормованими системами у гільбертовому просторі;
– нерівність Бесселя та рівність Парсеваля;
– властивості перетворення Фур'є та інтегралу Фур'є.

уміти:

– знаходити границі послідовностей і функцій;
– досліджувати функції на неперервність;
– диференціювати функції однієї та кількох змінних;
– досліджувати функції на монотонність та опуклість;
– досліджувати функції на екстремум;
– користуватися правилом Лопіталя;
– будувати графік функції з використанням диференціального числення;
– застосовувати таблицю первісних основних елементарних функцій і методи інтегрування для знаходження первісних більш складних функцій;
– застосовувати формулу Ньютона-Лейбніца, метод інтегрування частинами та заміну змінних для обчислення інтегралів Рімана;
– досліджувати на абсолютну та умовну збіжності числові ряди;
– отримувати розвинення функцій у ряд Тейлора;
– обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли першого та другого родів;
– застосовувати формули Гріна і Гауса-Остроградського для обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів;
– розкладати функцію у ряд Фур'є та досліджувати його на збіжність;
– здійснювати перетворення Фур'є.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Частина 1

Тема 1. Границя числової послідовності

1. Окіл точки на прямій. Означення числової послідовності. Означення границі числової послідовності (випадок скінченної границі). Приклади.

2. Основні теореми про границі числових послідовностей:

3. єдиність границі; границя модулів елементів збіжної послідовності; обмеженість збіжної послідовності; граничний перехід в нерівностях; теорема про три послідовності.

4. Нескінченно малі послідовності та їх властивості.

5. Арифметичні дії над збіжними послідовностями.

6. Нескінченно великі послідовності та їх зв'язок з нескінченно малими послідовностями.

7. Невласні елементи числової прямої $-\infty$, $+\infty$, ∞ та їх околи. Загальне означення границі числової послідовності.

8. Принцип Кантора стяжних відрізків.

9. Точні верхня та нижня межі числової множини. Критерій точної верхньої (нижньої) межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі.

10. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса. Число e.

11. Означення підпослідовності. Розширена числова пряма . Означення часткової границі послідовності на розширеній числовій прямій.

12. Лема Больцано- Вейєрштрасса. Непорожність множини часткових границь послідовності.

13. Означення фундаментальної числової послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності.

Тема 2. Границя числової функції однієї змінної

1. Означення граничної точки множини. Критерій граничної точки множини.
2. Загальні міркування відносно означення границі функції.
3. Означення границі функції в точці по Коші і по Гейне і їх еквівалентність.
4. Односторонні границі. Зв'язок з існуванням границі функції в точці.
5. Основні теореми про границі функції
6. Нескінченно малі функції та їх властивості.
7. Нескінченно великі функції та їх зв'язок з нескінченно малими функціями.
6. Арифметичні дії над функціями, які мають скінченну границю.
7. Границя складної функції.
8. Перша чудова границя.
9. Друга чудова границя.
12. Еквівалентні функції. Критерій еквівалентності. Теорема про заміну функцій на еквівалентні при обчислюванні границь.
13. Символ Ландау О та його властивості.
14. Символ Ландау о та його властивості.
15. Поняття шкали функцій. Виділення головної частини в шкалі функцій. Приклади. Єдиність головної частини.

Тема 3. Неперервність функції однієї змінної

1. Різні означення неперервності функції в точці: за Кантором, за Коші (на мові $\varepsilon - \delta$ і на мові околів), за Гейне, геометричний зміст неперервності, означення неперервності на мові приростів аргументу та функції.

2. Означення неперервності функції на множині. Одностороння неперервність. Означення точки розриву функції.
3. Арифметичні дії над неперервними функціями.
4. Неперервність складної функції.
5. Перша та друга теореми Больцано-Коші.
6. Точки розриву монотонної функції.
7. Теорема про існування та неперервність оберненої функції.
8. Неперервність елементарних функцій.
9. Найважливіші границі аналізу.
10. Класифікація точок розриву неперервної функції.
11. Перша та друга теореми Вейєрштрасса.
12. Теорема про збереження знаку неперервною функцією.

Тема 4. Похідні та диференціали функцій однієї змінної

1. Означення похідної. Фізичний зміст похідної. Зв'язок з неперервністю. Однобічна похідна.
2. Геометричний зміст похідної.
3. Арифметичні дії над функціями, які мають скінченну похідну.
4. Теорема про похідну оберненої функції.
5. Похідні елементарних функцій.
6. Означення диференційовності функції в точці. Зв'язок між диференційовністю та існуванням похідної.
7. Означення диференціала функції в точці.Геометричний зміст диференціала.
8. Найпростіші правила обчислювання диференціалів.
9. Інваріантність форми першого диференціала.
10. Диференціал як джерело наближених формул.
11. Похідні вищих порядків.
12. Формула Лейбніца.

Тема 5. Дослідження функцій за допомогою диференціального числення

1. Основні теореми диференціального числення: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа та наслідки із неї.
2. Параметрично визначені криві. Теорема про їх диференційованість. Приклади.
3. Перше та друге правила Лопіталя (без доведення). Приклади.
4. Формула Тейлора для полінома.
5. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано для довільної функції.
6. Залишковий член у формулі Тейлора у формі Лагранжа.
7. Розкладність елементарних функцій за формулою Маклорена:
8. Умова сталості функції.
9. Умова монотонності функції.
10. Означення локального та абсолютного екстремумів. Необхідна умова локального екстремуму.
11. Достатня умова локального екстремуму у термінах першої похідної. Приклади дослідження функцій на локальний та абсолютний екстремуми.
12. Достатня умова локального екстремуму у термінах другої похідної.
13. Означення опуклої та угнутої функції.
14. Умови опуклості функції у термінах першої та другої похідної.

15. Точки перегину. Необхідні та достатні умови точок перегину.
16. Асимптоти графіка функції.
17. Загальна схема побудови графіка функції. Приклади.

Тема 6. Невизначений інтеграл

1. Означення первісної та невизначеного інтеграла. Таблиця невизначених інтегралів.
2. Лінійність невизначеного інтеграла.
3. Інтегрування за допомогою підстановки.
4. Інтегрування частинами.
5. Постановка задачі про інтегрування у скінченому вигляді.
6. Інтегрування раціональних функцій..

Тема 7. Визначений інтеграл Рімана та його застосування

1. Зв`язок первісної з площею криволінійної трапеції.
2. Задача про обчислювання площі криволінійної трапеції.
3. Означення визначеного інтеграла Рімана. Необхідна умова інтегровності за Ріманом.
4. Коливання функції на множині.
5. Верхні та нижні інтегральні суми Дарбу. Зв`язок з інтегральними сумами Рімана.
6. Властивості верхніх та нижніх інтегральних сум Дарбу.
7. Означення верхнього та нижнього інтегралів Дарбу. Зв`язок між ними.
8. Верхній та нижній інтеграли Дарбу як границі відповідних сум Дарбу.
9. Критерій Дарбу інтегровності функції за Ріманом.
10. Критерій Рімана.
11. Критерій інтегровності функції за Ріманом у термінах коливань функції.
12. Класи інтегровних за Ріманом функцій: неперервні функції, функції зі скінченною множиною точок розриву, монотонні функції.
13. Властивості інтегровних за Ріманом функцій.
13. Лінійність інтеграла Рімана.
14. Адитивність інтеграла Рімана відносно відрізка інтегрування.
15. Монотонність інтеграла Рімана.
16. Оцінки для інтеграла Рімана.
11. Теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
12. Перша теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
13. Властивості визначеного інтеграла Рімана зі змінною верхньою межею.
14. Існування первісної для неперервної функції.
15. Формула Ньютона- Лейбніца.
16. Інтегрування частинами для визначеного інтеграла Рімана.
17. Заміна змінної для визначеного інтеграла Рімана.
18. Перетворення Абеля та його застосування. Формули Бонне. Друга теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
19. Означення довжини кривої та її властивості. Спрямлювані криві.
20. Довжина параметрично визначеної кривої.
21. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора.

Частина 2

Тема 1. Диференціальне числення функцій кількох змінних

1. Означення частинної похідної. Приклади її обчислювання.
2. Диференційованість функції декількох змінних. Зв'язок із неперервністю. Необхідні та достатні умови диференційованості. Поняття неперервної диференційованості функції декількох змінних в точці і на множині.
3. Диференційованість складної функції. Різні випадки.
4. Повний диференціал функції декількох змінних та його властивості. Градієнт функції. Інваріантність форми першого диференціала.
5. Теорема Лагранжа про середнє значення. Наслідок стосовно функції з нульовим градієнтом.
6. Необхідна і достатня умова диференційованості відображення. Геометричний зміст похідної. Довжина дуги гладкої кривої.
7. Лема про похідну за напрямком, геометричний зміст градієнта.
8. Поняття про дотичну до поверхні площину. Рівняння дотичної площини.
9. Геометричний зміст повного диференціала.
10. Похідні вищих порядків. Рівність мішаних частинних похідних.
11. Диференціали вищих порядків.
12. Означення локального та абсолютного екстремумів функції декількох змінних. Необхідна умова локального екстремуму.
13. Достатні умови локального екстремуму функції декількох змінних.

Тема 2. Кратний інтеграл Рімана та його застосування

1. Об'єм бруса та його властивості.
2. Геометричний зміст якобіана.
3. Заміна змінної під знаком кратного інтеграла Рімана. Випадок порушення умов дифеоморфізму. Приклади.
4. Елементарна гладка регулярна крива. Елементарна гладка регулярна поверхня і її площа.
5. Криволінійний інтеграл першого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення криволінійного інтеграла першого роду до визначеного.
6. Скалярні та векторні поля.
7. Криволінійний інтеграл другого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення криволінійного інтеграла другого роду до
8. визначеного. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого та другого роду.
9. Формула Гріна. Випадок багатозв'язної області. Застосування до обчислювання площ множин. Приклади.
10. Поверхневий інтеграл першого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення поверхневого інтеграла першого роду до подвійного інтеграла.
11. Орієнтована поверхня. Приклад неорієнтованої поверхні.
12. Диференціальні форми в $\mathbb{R}^3$. Фізичний зміст диференціальної форми другого степеня. Геометричний зміст диференціальної форми третього степеня.
13. Поверхневий інтеграл другого роду як поверхневий інтеграл від
14. Формула Гаусса-Остроградського.

15. Оператор набла (Гамільтона). Означення дивергенції та її фізичний зміст. Незалежність дивергенції від вибору ортонормованої системи координат.
16. Приклади застосування формули Гаусса-Остроградського. Закон Архимеда.
17. Циркуляція векторного поля. Орієнтація замкненої кривої на орієнтованій поверхні. Формула Стокса.
18. Означення ротора та його фізичний зміст. Незалежність ротора від вибору ортонормованої системи координат.
19. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегру-вання. Зв'язок з повним диференціалом.
20. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегру-вання. Зв'язок з циркуляцією.
21. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегру-вання. Зв'язок з ротором.
22. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегру-вання. Потенціальні поля.

Тема 3. Числові ряди. Степеневі ряди. Ряди та інтеграл Фур'є

1. Означення числового ряду. Часткові суми числового ряду. Поняття збіжності. Зв'язок числових рядів з числовими послідовностями. Приклади.
2. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
3. Залишок числового ряду. Лінійні операції над збіжними рядами.
4. Критерій Коші збіжності числового ряду. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди
5. Зв'язок числових рядів з невласними інтегралами.
6. Критерій збіжності рядів з невід'ємними елементами.
7. Інтегральна ознака Коші збіжності числового ряду.
8. Ознака порівняння для рядів з невід'ємними елементами.
9. Ознаки порівняння у граничній формі для рядів з невід'ємними елементами.
10. Ознака Даламбера. Гранична форма. Приклади.
11. Радикальна ознака Коші. Гранична форма. Приклади.
12. Ознаки Даламбера та Коші для рядів з довільними елементами.
13. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбніца. Оцінка залишку ряду Лейбніца.
14. Властивість переставності абсолютно збіжних рядів. Порушення властивості переставності умовно збіжними рядами. Теорема Рімана.
15. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
16. Ознака Вейєрштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду комплексно-значних функцій.
17. Означення степеневого ряду. Круг збіжності. Радіус збіжності. Формула Коші-Адамара. Приклади.
18. Перша теорема Абеля. Властивості степеневого ряду в крузі збіжності: неперервність, почленне інтегрування, почленне диференціювання.
19. Ряди Тейлора та Маклорена. Критерій розкладу функції у ряд Тейлора.
20. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора.
21. Унітарні та евклідові простори. Розкладання вектора по ортонормованій системі векторів в цих просторах.

22. Гільберта. Рівність Парсеваля. Теорема про зв'язок між цими поняттями. Ортонормована система тригонометричних функцій. Ряд Фурь'є у
23. Теорема Вейєрштрасса. Повнота ортонормованої системи тригономет-ричних функцій.
24. Інтеграл Фурь'є. Перетворення Фурь'є. Обернене перетворення Фурь'є.
25. Зв'язок з рядами Фурь'є.
26. Властивості перетворення Фурь'є. Згортка функцій та перетворення Фурь'є.

2. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Частина 1												
Тема 1	28	8	8		12							
Тема 2	26	7	7		12							
Тема 3	26	7	7		12							
Тема 4	26	7	7		12							
Тема 5	26	7	7		12							
Тема 6	26	7	2		12							
Тема 7	26	7	7		12							
Разом за частиною 1	180	48	48		84							
Частина 2												
Тема 1		16	16		42							
Тема 2		16	16		42							
Тема 3		32	48		42							
Разом за частиною 2	270	64	80		126							
Усього годин	450	112	128		210							

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
Частина 1		
1	Границя числової послідовності	8
2	Границя числової функції однієї змінної	7
3	Неперервність функції однієї змінної	7
4	Похідні та диференціали функцій однієї змінної	7
5	Дослідження функцій за допомогою диференціального числення	7
6	Невизначений інтеграл	7
7	Визначений інтеграл Рімана та його застосування	7
Частина 2		
1	Диференціальне числення функцій кількох змінних	16
2	Кратний інтеграл Рімана та його застосування	16
3	Числові ряди.	16
4	Степеневі ряди.	16
5	Ряди та інтеграл Фур'є	16

9. Методи контролю

1) Поточний семестровий (самостійні та контрольні роботи, РГР, перевірка домашніх завдань).
2) Підсумковий семестровий (іспит).

10. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль та самостійна робота (семестр1)						Разом	Іспит	Сума
СР 1-5	КР 1	ДЗ	РГР 1	РГР2	конспекти	60	40	100
10	10	8	12	12	8			

Поточний контроль та самостійна робота (семестр2)						Разом	Іспит	Сума
СР 1-5	КР 1	ДЗ	РГР 1	РГР2	конспекти	60	40	100
10	7	8	12	12	8			

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

11. Рекомендоване методичне забезпечення

Підручники:

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, ч. I, II. –К.; Либідь, 1994.
2. Дороговцев А.Я. Математический анализ (Сборник задач). – К.: Вища шк., 1987.
3. Зорич В.А. Математический анализ, ч.I, 1981; ч. II. – М.: Наука, 1984.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т. I,II. – М.; Высшая школа, 1988.
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. – М.: Наука, 1984.
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. – М.: Наука, 1986.
7. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных. – М.: Наука, 1994.
8. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1977.
9. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Математический анализ в задачах и упражнениях. – М.: Изд. Моск. ун-та, 1991.