

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра вищої математики

Математичний аналіз

Матеріали до проведення поточного та підсумкового контролю

Приклади поточних контрольних (тестових) робіт

Варіант 1

1

1. Знайти межі

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(\arcsin x^2)}{(1 - \cos \sqrt{\operatorname{arctg} x^6})}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \cos x - 1}{2 \sin x - \sqrt{3}} \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^{(x+1)}$$

2. Знайти головну частину функції при $x \rightarrow \omega$, з'ясувати, чи є функція нескінченно малої (великий), визначити порядок малості (росту).

$$a) f(x) = \sin^2 x^3 (1 - \cos \sqrt{x^5}), \quad x \rightarrow 0$$

$$b) f(x) = \frac{x^6 - 1}{(x-1)^5}, \quad x \rightarrow 1$$

3. Знайти крапки розриву функції, визначити їхній характер і зобразити ескіз графіка в околиці цих крапок.

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}$$

Варіант 1

2

1. Знайти

$$a) y'=?, y = \ln^6 \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg}^4 x$$

$$b) dy=? y = \ln^3(\cos(\operatorname{tg}^4 \sqrt{3x})) \quad c) y^{(30)}=? y = \sqrt[4]{2x-1}$$

2. Знайти кут перетинання двох кривих

$$y = x^\alpha, \quad y = \sqrt[\alpha]{x} \quad (\alpha > 0)$$

3. Знайти межі

$$L) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{arcctg} x}{e^{\frac{1}{x}} - 1}$$

$$T) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}^{15} \left(\sqrt{x^5 + 1} + \sqrt{x^5 - 1} - 2\sqrt{x^5} \right)$$

Варіант 3

3

1. Побудувати графіки функцій

$$a) y = \frac{x}{x^2 - 2x - 8}$$

$$b) r = a \cos 3\varphi$$

2. Представити комплексні числа в тригонометричній формі, знайти відповідні значення й зобразити геометрично:

$$a) z = 1 - i, \quad z^{25} = ?$$

$$b) z = -3 - i, \quad \sqrt[4]{z} = ?$$

3. Розкласти поліноми на найпростіші комплексні й речовинні множники.

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 9x - 13$$

4. Знайти

$$\operatorname{ch}(-1-2i), \quad \cos(-1-2i)$$

Варіант 1

4

Знайти

1. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{(1 + \cos^2 \sqrt{x}) \sqrt{x}} dx$

2. $\int (-3x + 2) \cos 4x dx$

3. $\int \frac{x}{x^3 + 8} dx$

4. $\int \frac{dx}{\sin^2 x + \sin x \cos x - 6 \cos^2 x}$

1. Знайти площу фігури, обмеженої кривими.

$$y = e^{3x}, y = e^6, x = 0$$

2. Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями.

$$z = \sqrt[4]{x^2 + y^2}, z = 1$$

3. Знайти довжину кривої.

$$\begin{cases} x = a(t \sin t + \cos t) \\ y = a(t \cos t - \sin t) \end{cases}, t \in [0, 4\pi]$$

4. Знайти площу поверхні, утвореної обертанням кривій навколо осі.

$$r = a \cos \varphi \quad (\text{вісь } Oy).$$

5. З'ясувати збіжність невластного інтеграла

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x}^5}{x^6 + 1} dx$$

1. Знайти частки похідні й диференціал

$$z = x^3 \cdot \sqrt[5]{y^2} - \sqrt[7]{x} \cdot y^5$$

2. Знайти похідну функції в крапці A по напрямковій крапці B

$$u = \sin(x^4 y), \quad A(-1, \frac{\pi}{2}) \rightarrow B(0, \frac{3\pi}{2})$$

3. Знайти частки похідні складної функції

$$z = z(x, y), \quad \begin{cases} x = u^3 v^2, & y = \frac{u^2}{v^3} \end{cases}$$

4. Досліджувати на екстремум функцію $z = f(x, y)$

$$z = 2x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 14y - 5$$

5. Написати рівняння дотичній прямій і нормальній площини до кривої

$$\begin{cases} x = t^2 \cos t, & y = t^2 \sin t, & z = t^2, & t_0 = \frac{1}{3}\pi \end{cases}$$

1. Знайти масу пластини (\iint)

$$y = x^3, \quad y = 8, \quad x = 0; \quad \rho = x^3 y^2.$$

2. Знайти площу пластини (\iint)

$$xy = a, \quad xy = b, \quad y = cx^3, \quad y = dx^3, \quad (0 < a < b, \quad 0 < c < d)$$

3. Знайти заряд тіла (\iiint)

$$z = \pi, \quad z = x^3 y^2, \quad y + x = 1, \quad y = 1, \quad x = 1; \quad \rho = \frac{\cos z}{\sin x^3 y^2}.$$

4. Знайти масу тіла (\iiint) – C

$$z = (x^2 + y^2)^2, \quad z = 0, \quad x^2 + y^2 = a^2; \quad \rho = (x^2 + y^2) \cdot z^3;$$

5. Знайти заряд тіла (\iiint) – S

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \quad z \leq \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \rho = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

1. Знайти масу кривої

$$\{x = \cos t, y = \sin t, z = t, t \in [0, \pi]\}, \rho = (x^2 + y^2) \cdot z$$

2. Знайти роботу сили \vec{F} уздовж кривій

$$\{x = \operatorname{ch} t, y = \operatorname{sh} t, z = t, t \in [0, 1]\}, \vec{F} = [z, x, y]$$

3. Знайти площу поверхні

$$S = \{z = (x^2 + y^2), x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

4. Знайти кількість рідини, що протікає в одиницю часу через верхню сторону поверхні S_+ , зі швидкістю $\vec{v}(\vec{r})$.

$$S_+ = \{z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq ay\}, \vec{v}(\vec{r}) = [z, y, x]$$

1. З'ясувати збіжність

$$a. \int_1^{\infty} \frac{2x^3 + 4}{x^5 + 2x^2 + 1} dx$$

$$b. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^5 + 1}}{e^n}$$

$$c. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{(2n)!}$$

$$d. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)\ln n}$$

2. Знайти суму статежного ряду

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{x^n}{n-2}$$

3. Розкласти функцію в ряд Фур'є на інтервалі $[-\pi, +\pi]$. Побудувати графік суми ряду.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq +\pi \end{cases}$$

1. Представити функцію інтегралом Фур'є

$$f(x) = \begin{cases} \alpha^2 - x^2, & |x| < \alpha \\ 0, & |x| > \alpha \end{cases}$$

2. Знайти інтеграли з параметром

$$a. \int_0^{\infty} \frac{\ln(1 + \alpha^4 x^4)}{x^3} dx$$

$$b. \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha^2 x} - e^{-\beta^2 x}}{\sqrt{x}^3} dx \quad (\alpha, \beta > 0)$$

3. За допомогою Ейлерових інтегралів знайти

$$\int_0^{\infty} e^{-x^3} \sqrt{x}^{13} dx$$

**Харківський національний університет імені В.Н.
Каразіна**

Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр
Напрямок підготовки 6.040203 – фізика
Спеціальність _____ Семестр 1
Навчальна дисципліна математичний аналіз

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 10

1. Неперервність елементарних функцій:
тригонометричні функції $\sin x$, $\cos x$, ... і їм
зворотні $\arcsin x$, $\arccos x$, ...,
експонента e^x , логарифм $\ln x$,
статечна функція x^α .
2. Визначення інтеграла **Римана**. Формула Ньютона-
Лейбниці. **Необхідна умова інтегруємості**.

**Харківський національний університет імені В.Н.
Каразіна**


Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр
Напрямок підготовки 6.040203 – фізика
Спеціальність _____ Семестр 2
Навчальна дисципліна математичний аналіз


ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 20

1. Орієнтація поверхні. Поверхневі інтеграли по
координатах, **відомість** до подвійного інтеграла,
властивості.
2. Числові **ряди**. **Необхідна умова** збіжності. Ознаки
порівняння збіжності **рядів** з ненегативними членами
(у **загальній** і **граничній** формі)

Затверджено на засіданні кафедри вищої математики

Протокол № 9 від 19 травня 2015 долі

Завідувач кафедри 
(підпис)


Екзаменатор 
(підпис)


Д.В. Чібісов
(прізвище та ініціали)

Зіненко С.М.
(прізвище та ініціали)

Затверджено на засіданні кафедри вищої математики

Протокол № 9 від 19 травня 2015 долі

Завідувач кафедри 
(підпис)

Екзаменатор 
(підпис)

Д.В. Чібісов
(прізвище та ініціали)

Зіненко С.М.
(прізвище та ініціали)