

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна  
Фізичний факультет  
Кафедра вищої математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В.

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2021 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

***Основи теорії випадкових процесів***

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ другий (магістерський)

галузь знань \_\_\_\_\_ 10 Природничі науки  
(шифр і назва)

спеціальність \_\_\_\_\_ 104 - фізика та астрономія  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ ОНП «фізика», «астрономія»

спеціалізація \_\_\_\_\_ фізика , астрономія  
(шифр і назва)

вид дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова  
(обов'язкова / за вибором)

факультет \_\_\_\_\_ фізичний  
(назва факультету)

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізичного факультету

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року, протокол №\_\_

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: Дюкарев Ю.М., д.ф.-м.н., доцент, професор кафедри вищої математики фізичного факультету.

Програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики фізичного факультету

Протокол від “ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року №\_\_

Завідувач кафедри вищої математики фізичного факультету

\_\_\_\_\_ Завгородня Н.М.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією фізичного факультету

Протокол від “ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року №\_\_

Голова методичної комісії фізичного факультету

\_\_\_\_\_ Макаровський М.О.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Основи теорії випадкових процесів» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ другий (магістри)  
(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальність \_\_\_\_\_ 104 - фізика та астрономія  
(шифр і назва)

освітньо-наукова програма \_\_\_\_\_ фізика  
(шифр і назва)

Предметом вивчення навчальної дисципліни є випадкові процеси для розв'язування теоретичних і практичних задач та їх застосування для розв'язку прикладних задач.

### Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни.

*Метою* викладання навчальної дисципліни є формування у майбутніх фізиків базових знань з застосування методів теорії випадкових процесів для розв'язування теоретичних і практичних задач.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни.

*Основними завданнями* вивчення дисципліни є надання студентам знань щодо основних визначень, теорем та формування умінь:

- 1) знати визначення дискретних імовірнісних просторів;
- 2) знати визначення випадкових величини на дискретних імовірнісних просторах та обчислювати їх числові характеристики;
- 3) знаходити основні положення теорії стохастичних матриць;
- 4) знати основні визначення теорії ланцюгів Маркова;
- 5) знати визначення ергодичних ланцюгів Маркова та знаходити вектор фінальних ймовірностей;
- 6) знати визначення випадкових величини на довільних імовірнісних просторах та обчислювати їх числові характеристики;
- 7) знати загальне визначення випадкових процесів та конкретні приклади таких процесів;

#### 1.3. Кількість кредитів: 3

#### 1.4. Загальна кількість годин: 90

### 1.5. Характеристика навчальної дисципліни.

<i>Обов'язкова / за вибором: обов'язкова</i>	
<i>Вид кінцевого контролю (семестровий екзамен або залік): семестровий екзамен</i>	
<i>Денна форма навчання</i>	<i>Заочна (дистанційна) форма навчання</i>
<i>Рік підготовки</i>	
2-й	
<i>Семестр</i>	
4-й	
<i>Лекції</i>	
33 год.	
<i>Практичні, семінарські заняття</i>	
0 год.	
<i>Лабораторні заняття</i>	
0 год.	
<i>Самостійна робота</i>	
57 год.	

### 1.6. Заплановані результати навчання.

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких *результатів навчання*:

**знати:** основні поняття теорії ланцюгів Маркова, основні типи випадкових процесів та їх характеристики, основи математичного апарату теорії випадкових процесів;

**вміти:** застосовувати отримані знання з теорії випадкових процесів для розв'язку практичних задач.

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни**

**Тема 1.** Випадкові величини на дискретних імовірнісних просторах  
Визначення дискретних просторів елементарних подій і відповідних імовірнісних просторів. Приклади. Випадкові величини на дискретних імовірнісних просторах. Математичне сподівання, дисперсія та їх властивості. Функція і таблиця розподілу дискретної випадкової величини. Обчислення математичного сподівання і дисперсії дискретної випадкової величини за допомогою функції (таблиці) розподілу. Спільний розподіл дискретних випадкових величин. Коваріація і коефіцієнт кореляції. Незалежні випадкові величини.

**Тема 2.** Ланцюги Маркова.

Стохастичні матриці та ергодична теорема. Приклади. Ланцюги Маркова. Основні визначення. Матриця перехідних ймовірностей. Ергодичні ланцюги Маркова. Вектор фінальних ймовірностей. Теорема про ергодичність регулярних ланцюгів

Маркова. Обчислення векторів фінальних ймовірностей. Приклади. Не ергодичні ланцюги Маркова. Приклади.

**Тема 3.** Випадкові величини на довільних імовірнісних просторах  
Загальне визначення просторів елементарних подій. Алгебри і сигма-алгебри елементарних подій. Приклади. Ймовірності на алгебрах і сигма-алгебрах подій. Теорема Каратеодорі. Випадкові величини на довільних імовірнісних просторах. Поняття про інтеграл Лебега. Математичне сподівання, дисперсія та їх властивості в загальному випадку. Функція розподілу довільної випадкової величини. Поняття про інтеграл Лебега-Стільтьєса. Обчислення математичного сподівання і дисперсії загальної випадкової величини за допомогою функції розподілу. Спільний розподіл випадкових величин. Коваріація і коефіцієнт кореляції. Незалежні випадкові величини.

**Тема 4.** Елементи теорії випадкових процесів. Визначення випадкового процесу. Випадкові процеси з дискретним та неперервним часом. Траєкторія (реалізація) випадкового процесу. Розподіл випадкового процесу у фіксований момент часу. Спільний розподіл випадкового процесу для різних моментів часу. Визначення процесів з незалежними прирощеннями. Процес Пуассона. Вінерів процес. Гіллястий процес. Процеси загибелі і розмноження.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		Л	П	Лаб	інд	Ср
<b>Тема 1.</b> Випадкові величини на дискретних імовірнісних просторах Визначення дискретних просторів елементарних подій і відповідних імовірнісних просторів. Приклади. Випадкові величини на дискретних імовірнісних просторах. Математичне сподівання, дисперсія та їх властивості. Функція і таблиця розподілу дискретної випадкової величини. Обчислення математичного сподівання і дисперсії дискретної випадкової величини за допомогою функції (таблиці) розподілу. Спільний розподіл дискретних випадкових величин. Коваріація і коефіцієнт кореляції. Незалежні випадкові величини.	16	6				10

<p><b>Тема 2.</b> Ланцюги Маркова.  Стохастичні матриці та ергодична теорема. Приклади. Ланцюги Маркова. Основні визначення. Матриця перехідних ймовірностей. Ергодичні ланцюги Маркова. Вектор фінальних ймовірностей. Теорема про ергодичність регулярних ланцюгів Маркова. Обчислення векторів фінальних ймовірностей. Приклади. Не ергодичні ланцюги Маркова. Приклади.</p>	24	8				16
<p><b>Тема 3.</b> Випадкові величини на довільних імовірнісних просторах  Загальне визначення просторів елементарних подій. Алгебри і сигма-алгебри елементарних подій. Приклади. Ймовірності на алгебрах і сигма-алгебрах подій. Теорема Каратеодорі. Випадкові величини на довільних імовірнісних просторах. Поняття про інтеграл Лебега. Математичне сподівання, дисперсія та їх властивості в загальному випадку. Функція розподілу довільної випадкової величини. Поняття про інтеграл Лебега-Стільтьєса. Обчислення математичного сподівання і дисперсії загальної випадкової величини за допомогою функції розподілу. Спільний розподіл випадкових величин. Коваріація і коефіцієнт кореляції. Незалежні випадкові величини.</p>	22	8				14
<p><b>Тема 4.</b> Елементи теорії випадкових процесів  Визначення випадкового процесу. Випадкові процеси с дискретним та неперервним часом. Траєкторія (реалізація) випадкового процесу. Розподіл випадкового процесу у</p>	28	11				17

фіксований момент часу. Спільний розподіл випадкового процесу для різних моментів часу. Визначення процесів з незалежними прирощеннями. Процес Пуассона. Вінерів процес. Гіллястий процес. Процеси загибелі і розмноження. Випадкові блукання						
<b>Усього годин</b>	90	33				57

#### 4. Теми практичних занять

Практичні, семінарські та лабораторні заняття планом не передбачені

#### 5. Самостійна робота

№ з/п	Зміст роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	<p><b>Тема 1.</b> Дискретна випадкова величина задана таблицею розподілу. Знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, ймовірність прийняти значення із заданого інтервалу, функцію розподілу і її графік.</p> <p>Дано спільний розподіл двох дискретних випадкових величин. Знайти розподіл кожної випадкової величини, коваріацію і коефіцієнт кореляції.</p>	10	Опитування на лекціях, залік
2	<p><b>Тема 2.</b> Для заданого ланцюга Маркова знайти: матрицю перехідних ймовірностей; розподіл за станами після двох кроків; довести ергодичність ланцюга Маркова; обчислити вектор фінальних ймовірностей.</p>	16	Опитування на лекціях, залік
3	<p><b>Тема 3.</b> Абсолютно неперервна випадкова величина задана своєю щільністю. Знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, ймовірність</p>	14	Опитування на лекціях, залік

	<p>прийняти значення із заданого інтервалу, функцію розподілу і її графік.</p> <p>Дано спільний розподіл двох абсолютно неперервних випадкових величин. Знайти розподіл кожної випадкової величини, коваріацію і коефіцієнт кореляції.</p>		
4	<p><b>Тема 4.</b> Знайти спектральну щільність стаціонарного випадкового процесу по заданій кореляційній функції.</p> <p>Знайти кореляційну функцію стаціонарного випадкового процесу по заданій спектральній щільності.</p>	17	Опитування на лекціях, залік
	<i>Разом</i>	<i>57</i>	

### 6. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання планом не передбачені.

### 7. Методи контролю

Поточний контроль. Залік наприкінці семестру.

### 8. Схема нарахування балів

Поточний контроль			Залік	Сума
Тема 1,2	Тема 3	Тема 4		
20	20	20	40	100

### 9. Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену	для заліку
90 – 100	відмінно	Зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	Незадовільно	не зараховано



## 11 Рекомендована література

### Основна література

1. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов: Учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1975. 320 с.
2. Вентцель, Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : учеб. пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 4-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2007. – 479 с. – ISBN 978-5- 06-005820-8.
3. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов: Учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1977. 568 с.
4. Ивченко Г.И., Каштанов В.А. У Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. школа, 1982. 256 с.
5. Волощенко, А. Б. Теорія ймовірностей та математична статистика [Текст] : навч.-метод. посібник / А. Б. Волощенко, І. А. Джалладов. – К. : КНЕУ, 2005. – 256 с. – ISBN 966–574–459–3.
6. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 4-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 1998. – 400 с. – ISBN 5-06- 003465-8.
7. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 6-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 1998. – 479 с. – ISBN 5-06-003464-X.
8. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики [Текст] : навч. посіб. / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – К. : КНЕУ, 2005. – 351 с. – ISBN 966-574-855-6.
9. Сеньо, П. С. Випадкові процеси: підручник / С. П. Сеньо ; Мін-во освіти і науки України, ЛНУ. – Львів : Компакт-ЛВ, 2006. – 288 с. – ISBN 966-96414-7-0.

### Допоміжна література

10. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 1990. – 168 с
11. Карлин С. Основы теории случайных процессов. М.: "Мир", 1971, — 537 с.
12. Емельянов Г.В., Скитпович В.П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике. Л.: Изд-во ЛГУ, 1967. 330 с.
13. Сборник задач по математике для вузов / Под ред. А.В. Ефимова. В 3 т. Т.3. М.: Наука, 1984. 608 с.
14. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / Под ред. А.А. Свешникова. М.: Наука, 1965. 632 с.
15. Волков И. К., Зуев С. М., Цветкова Г. М. Случайные процессы : учебник для вузов / Волков И. К., Зуев С. М., Цветкова Г. М. ; ред. Зарубин В. С., Крищенко А. П. - 3-е изд., испр. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. - 447 с.
16. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей и случайных процессов: Учеб. пособие. -М.: Из-во МГУ, 1992 -395с.