

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна  
Кафедра вищої математики фізичного факультету

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В.

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 р.

## ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Аналітична геометрія та Лінійна алгебра

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти перший(бакалаврський)

галузь знань 10 Природничі науки

(шифр і назва)

спеціальність 104 Фізика та астрономія

(шифр і назва)

освітня програма Фізика, астрономія

(шифр і назва)

спеціалізація Фізика, астрономія

(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова

(обов'язкова /за вибором)

факультет фізичний

(назва факультету)

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету

“ 25 ” червня 2021 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: доцент Парфьонова Н. Д., к. ф.-м. н.,  
доцент Зіненко С. М., к. ф.-м. н.

Програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики фізичного факультету

Протокол від “ 30 ” серпня 2021 року № 1 \_\_\_\_\_

Завідувач кафедри вищої математики

\_\_\_\_\_ (підпис)

Завгородня Н.М.

\_\_\_\_\_ (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної/наукової) програми (керівником проектної групи) \_\_\_\_\_ «фізика», «астрономія»  
назва освітньої програми

Гарант освітньої (професійної/наукової) програми (керівник проектної групи)

Лазоренко О.В.

\_\_\_\_\_ ( прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Програму погоджено методичною комісією

фізичного факультету

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “ 31 ” серпня 2021 року № 1

Голова методичної комісії \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ (підпис)

Макаровський М.О.

\_\_\_\_\_ (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Аналітична геометрія та лінійна алгебра” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки \_\_\_\_\_ бакалавра \_\_\_\_\_

(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальність \_\_\_\_\_ 104 - фізика та астрономія \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ Фізика, астрономія \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_ Фізика, астрономія \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Аналітична геометрія та лінійна алгебра” є навчання майбутніх бакалаврів основам аналітичної геометрії та лінійної алгебри.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Аналітична геометрія та лінійна алгебра” є оволодіння методом координат для дослідження властивостей геометричних образів та розв’язування геометричних задач на площині та в просторі, а також основам і методам лінійної алгебри та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.

1.3. Кількість кредитів: 8.

1.4. Загальна кількість годин: 120.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни

Нормативна / за вибором: <i>Нормативна</i>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1-й і 2-й	
Лекції	
64 год.	
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	
Лабораторні заняття	
0 год.	
Самостійна робота	
0 год.	
Індивідуальні завдання	
86 год.	

## 1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

- обчислювати довжину вектора та кути між векторами; ділити відрізок у даному відношенні; знаходити скалярний, векторний, подвійний векторний та змішаний добуток векторів, орієнтовану площу паралелограму та орієнтований об'єм паралелепіпеду, формули перетворення базисів та координат;

- складати параметричні, загальні та нормовані рівняння прямих і площин, канонічні рівняння прямих, рівняння прямих і площин у відрізках, рівняння прямої, що проходить через дві точки, рівняння площини, що проходить через три точки, рівняння спільного перпендикуляру двох мимобіжних прямих;

- знаходити кут між прямими (площинами) та кут між прямою та площиною, відхилення та відстань від точки до прямої (площини), відстань між мимобіжними прямими;

- знаходити фокуси, директриси, асимптоти та ексцентриситет кривих другого порядку; центр, вісі (площини) симетрії кривих (поверхонь) другого порядку; дотичні площини до поверхні другого порядку та прямолінійні твірні;

- обчислювати інваріанти кривих та поверхонь другого порядку;

- визначати тип кривої (поверхні) другого порядку по її загальному рівнянню та знаходити канонічну систему координат.

- Обчислювати визначники матриць за допомогою метода Гауса. Обчислювати обернену матрицю до заданої. Вирішувати систему лінійних рівнянь за допомогою правила Крамера.

- Для заданої системи векторів визначати, буде вона лінійно незалежною або лінійно залежною, а також буде чи ні ця система базисом простору.

- Доповнювати задану лінійно незалежну систему векторів до базису простору. Обчислювати ранг матриці.

- Вирішувати систему лінійних рівнянь за допомогою метода Гауса. Знаходити координати вектора в даному базисі. Знаходити матрицю переходу від одного базису до іншого.

- Знаходити ядро та образ лінійного оператора, що він задається матрицею в деякому базисі. Знаходити власні числа і власні вектори оператора. Відповідати на питання про діагоналізування оператора.

- Ортогоналізувати систему векторів за методом Грама-Шмідта.

- Приводити квадратичну форму над дійсним або комплексним полем до канонічного вигляду за методом Лагранжа. Визначати, чи буде дана квадратична форма додатно визначеною.

- Приводити матрицю самоспряженого оператора до канонічного вигляду.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Частина 1

#### Розділ 1. Векторна алгебра

##### *Тема 1. Вектори та операції над ними.*

Поняття вектора. Лінійні операції з векторами. Колінеарні та компланарні вектори. Розклад вектора на три некомпланарні складові. Лінійна залежність та незалежність векторів. Ортогональна проекція вектора на вісь, властивості проекцій. Ортогональна система координат, координати вектора. Лінійні операції над векторами в координатах.

##### *Тема 2. Скалярний добуток векторів*

Скалярний добуток векторів, його властивості та фізичний зміст.

##### *Тема 3. Векторний добуток векторів*

Права та ліва система трьох векторів. Векторний добуток двох векторів, його властивості та геометричний зміст.

##### *Тема 4. Змішаний добуток векторів*

Змішаний добуток трьох векторів, його властивості та геометричний зміст. Подвійний векторний добуток.

#### Розділ 2. Прямі та площини

##### *Тема 5. Рівняння прямої на площині*

Поняття про рівняння лінії на площині. Різні вигляди рівняння прямої на площині: загальне рівняння прямої; пряма з кутовим коефіцієнтом; канонічне рівняння прямої; рівняння прямої, що проходить через дві точки; параметричне рівняння прямої; рівняння прямої у відрізках на осях. Нормальне рівняння прямої, відстань точки від прямої. Рівняння пучка прямих.

##### *Тема 6. Рівняння площини*

Поняття про рівняння площини у просторі. Різні вигляди рівняння площини: загальне рівняння площини; параметричне рівняння площини; рівняння площини, що проходить через три точки; рівняння площини у відрізках на осях. Нормальне рівняння площини, відстань точки від площини. Рівняння пучка та зв'язку площин.

##### *Тема 7. Рівняння прямої у просторі*

Рівняння прямої у просторі. Канонічне рівняння прямої у просторі. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Параметричне рівняння прямої. Векторне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої.

Взаємне розташування прямих та площин. Умови про належність двох прямих до однієї площини. Кут між прямою та площиною. Умови про паралельність та перпендикулярність прямої та площини. Деякі задачі про пряму та площину у просторі.

### Розділ 3. Криви та поверхні другого порядку

#### Тема 8. Криви другого порядку

Означення еліпса. Виведення канонічного рівняння еліпса. Дослідження форми еліпса. Ексцентриситет та директриси еліпса. Директоріальні властивості.

Означення гіперболи. Виведення канонічного рівняння гіперболи. Дослідження форми гіперболи. Ексцентриситет та директриси гіперболи. Директоріальні властивості.

Означення параболи. Виведення канонічного рівняння параболи. Дослідження форми параболи.

Полярні координати. Рівняння кола, еліпса, гіперболи, параболи в полярних координатах. Криві другого порядку, як конічні перерізи. Побудова дотичних до кола, еліпса, гіперболи та параболи.

Перетворення декартових прямокутних координат, якщо змінюється їх початок та повертаються вісі. Загальне рівняння кривої другого порядку та зведення його до канонічного вигляду.

#### Тема 9. Поверхні другого порядку

Деякі види поверхонь у просторі. Циліндричні та сферичні поверхні. Поверхні обертання.

Поверхні другого порядку: еліпсоїд, однополий та двополий гіперболоїди, конус, еліптичний та гіперболічний параболоїди, циліндри другого порядку.

#### Тема 10. Прямолінійні твірні на поверхні

Прямолінійні твірні на поверхні однопорожнинного гіперболоїда. Прямолінійні твірні на поверхні гіперболічного параболоїда

### Частина 2

Тема 1. Лінійні простори. Системи лінійних рівнянь. Визначники.	
1	Лінійний простір: аксіоми, приклади, наслідки з аксіом. Лінійно незалежні, повні системи, базис, розмірність, координати. Ізоморфізм просторів.
2	Підпростору: сума й перетинання підпросторів, пряма сума підпросторів, доповнення. Формула Грасмана.
3	Матриці і їх ранг. Операції над рядками (стовпцями), що не міняють ранг матриці. Системи лінійних рівнянь: структура розв'язків однорідної й неоднорідної системи рівнянь. Метод Гауса.
4	Визначники $n$ -того порядку: визначення, відомості з комбінаторики, загальний вид $n$ - лінійного антисиметричного функціонала, властивості. Метод Гауса.
5	Мінори, алгебраїчні доповнення. Додатка: лінійна незалежність, ранг матриці, системами лінійних рівнянь (формули Крамера).

Тема 2. Лінійні оператори в скінченномірних просторах	
6	Лінійні оператори в скінченномірному просторах: визначення, матриця оператора в даних базисах, Лінійні операції над операторами і їх матрицями. Ядро й образ оператора.
7	Лінійні оператори в скінченномірному просторі: одиничний зворотний оператори, їх матриці. Визначник добутку матриць
8	Матриця перехід до нового базису. Зв'язок між координатами вектора, матрицями оператора в різних базисах..
9	Власні вектори й власні значення оператора: визначення, характеристичний поліном, спектр. Власні підпростори. Диагоналізуемые оператори .
10	Проектори. Т-Ма про проектор. Розкладання одиниці. Спектральна т-ма мовою проекторів.
Тема 3. Лінійні оператори в евклідових просторах	
11	Евклідів простір: скалярний добуток, норма, метрика. Ортонормований базис, рівність Парсеваля, ортогональне доповнення. Ортогоналізація Грама-Шмидта.
12	Сполучений оператор і сполучена матриця. Самоспряжені оператори: властивості власних значень і власних векторів, спектральна теорема.
13	Унітарні оператори: властивості власних значень і власних векторів, спектральна теорема про унітарну матрицю. Спектральна теорема мовою матриць.
14	Ортопроектори. Ортогональне розкладання одиниці. Спектральна теорема мовою ортопроекторів.
15	Квадратичні форми: визначення, загальний вид, матриця квадратичної форми, зв'язок між матрицями в різних базисах, приведення до канонічного виду власним ортогональним перетворенням.
16	Квадратичні форми : приведення квадратичної форми до канонічного виду по методу Лагранжа, вираження коефіцієнтів через кутові мінори. Закон інерції. Критерій Сильвестра.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Частина 1</b>												
<b>Розділ 1. Векторна алгебра</b>												
Вектори та операції над ними.	15	3	6		6							
Скалярний добуток векторів	8	2	2		4							
Векторний добуток векторів	9	3	2		4							
Змішаний добуток векторів	10	4	2		4							
Разом за розділом 1	42	12	12		18							
<b>Розділ 2. Прямі та площини</b>												
Рівняння прямої на площині	13	2	4		5							
Рівняння площини	11	4	2		5							
Рівняння прямої у просторі	13	4	4		5							
Разом за розділом 2	35	10	10		15							
<b>Розділ 3. Криви та поверхні другого порядку</b>												
Криви другого порядку	17	6	6		3							
Поверхні другого порядку	13	4	4		5							
Разом за розділом 3	28	10	10		8							
<b>Усього годин</b>	<b>105</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>41</b>							
<b>Частина 2</b>												
Лінійні простори. Системи лінійних рівнянь. Визначники.	36	11	10		15							
Лінійні оператори в скінченних просторах.	37	11	11		15							
Лінійні оператори в евклідових просторах.	32	10	11		11							
<b>Усього годин</b>	<b>105</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>41</b>							



## 5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>Частина 1</b>		
<i>Розділ 1</i>		
1	Визначники 2, 3 порядку. Властивості визначників	2
2	Дослідження лінійних систем двох і трьох рівнянь.	2
3	Лінійні дії над векторами. Координати векторів.	2
4	Скалярний добуток.	2
5	Векторний добуток.	2
6	Змішаний добуток. Подвійний векторний добуток.	2
<i>Розділ 2</i>		
7	Пряма на площині 1	2
8	Пряма на площині 2	2
9	Площина у просторі 1	2
10	Пряма і площина у просторі 1	2
11	Пряма і площина у просторі 2	2
<i>Розділ 3</i>		
12	Еліпс	2
13	Гіпербола	2
14	Парабола	2
15	Криві другого порядку.	2
16	Поверхні другого порядку.	2
<b>Частина 2</b>		
<i>Тема 1. Лінійні простори. Системи лінійних рівнянь. Визначники.</i>		
1	Лінійний простір, підпростір. Базис і розмірність	2
2	Лінійні оболонки. Ранг матриці	2
3	Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса	2
4	Визначники	2
5	К/р 1 по темі "Системи лінійних рівнянь. Визначники"	2
<i>Тема 2. Лінійні оператори в конечномерных просторах</i>		
6	Лінійні оператори і їх матриці в даному базисі	2
7	Ядро й образ оператора. Зворотний оператор	2
8	Матриця переходу до нового базису. Зворотний оператор	2
9	Власні вектори й власні значення оператора	2
10	Проектори. Спектральне розкладання діагонального оператора	2
11	К/р 2 по темі "Лінійні оператори"	2
<i>Тема 3. Лінійні оператори в евклідових просторах</i>		
12	Евклідов простір.	2
13	Власні вектори й власні значення самосполученого й унітарного оператора	2
14	Ортопроектори. Спектральне розкладання самосполученого й унітарного оператора	2
15	Квадратичні форми	2
16	Квадратичні форми. Метод Лагранжа	2

## 6. Індивідуальні завдання

1. Парфьонова Н. Д. Завдання для розрахунково-графічних робіт з аналітичної геометрії - Харків, 2013. – 100 с.  
[http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers\\_pages/parfyonova\\_s\\_n/manual/6.pdf](http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers_pages/parfyonova_s_n/manual/6.pdf)
2. Зиненко С.Н. Индивидуальные задания по линейной алгебре. — Харьков, ХНУ, 2014. — 60 с.

## 7. Методи контролю

- 1) Поточний семестровий (самостійні та контрольні роботи, РГР, перевірка домашніх завдань на практичних заняттях).
- 2) Підсумковий семестровий (іспит).

## 8. Розподіл балів, які отримують студенти

### Частина 1

Поточний контроль та самостійна робота						Разом	Іспит	Сума
СР 1-5	КР	ДЗ	РГР 1	РГР2	РГР 3	60	40	100
10	7	7	12	20	4			

### Частина 2

Поточний контроль та самостійна робота			Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2	60	40	100
ДЗ	КР	РГР			
20	20	20			

## Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для іспиту	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	

## 9. Рекомендоване методичне забезпечення

### Аналітична геометрія

#### Підручники:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука., 1987. – 320 с.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Наука., 1975. – 272 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука., 1971. – 232 с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит., 2001. – 272 с.

### **Задачники:**

5. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука., 1987. – 496 с.
6. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1988. – 240 с.
7. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1976. – 384 с.
8. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1970. – 336 с.

### **Допоміжна література**

9. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1968. – 912 с.
10. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия – М.: Наука., 1986. – 309 с.
11. Постников М.М. Аналитическая геометрия. – М.: Наука., 1979. – 336 с.

### **Інформаційні ресурси**

1. Парфьонова Н. Д. Аналітична геометрія: задачник – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2015. – 60 с.

[http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers\\_pages/parfyonova\\_s\\_n/manual/3.pdf](http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers_pages/parfyonova_s_n/manual/3.pdf)

2. Парфьонова Н. Д. Завдання для розрахунково-графічних робіт з аналітичної геометрії – Харків, 2013. – 100 с.

[http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers\\_pages/parfyonova\\_s\\_n/manual/6.pdf](http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers_pages/parfyonova_s_n/manual/6.pdf)

### **Лінійна алгебра**

#### **Підручники:**

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб. для вузов — 4-е изд. — М.: Наука. Физматлит, 1999 — 296 с.
2. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н. Ч., Шишкин А. А. Линейная алгебра в вопросах и задачах: Учеб. пособие/ Под ред. В. Ф. Бутузова. — 2-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2002. — 248 с.
3. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М.: Наука, 2000. — 318 с.
4. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. — М.: Наука, 1983. — 337 с.
5. Булдырев В.С., Павлов Б.С. Линейная алгебра и функции многих переменных. — Л. Изд-во при Ленингр. ун-те, 1985.

#### **Задачники:**

6. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. — М.: Наука, 1984. — 381 с.
7. Сборник задач по алгебре / Под ред. А.И. Кострикина: Учеб. для вузов — 3-е изд., испр. и доп. — М.: Физматлит, 2001 — 464 с.
8. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. — М.: Наука, 1977. — 304 с.

### **Допоміжна**

9. Глазман И.М., Любич Ю.И. Конечномерный линейный анализ. — М.: Наука, 1969. — 477 с.
10. Кострикин А.И. Введение в алгебру. ч. 2. Линейная алгебра. — М.: Физматлит. 2000. — 468 с.
11. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975. — 431 с.

### **10. Інформаційні ресурси**

Парфьонова Н. Д. Лінійна алгебра. Сбірник задач — Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2011. – 44 с. [http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers\\_pages/parfyonova\\_s\\_n/manual/4.pdf](http://www-physics.univer.kharkov.ua/doc/pers_pages/parfyonova_s_n/manual/4.pdf)