

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна  
Фізичний факультет  
Кафедра вищої математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В.

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2021 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### *КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ*

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський)

галузь знань \_\_\_\_\_ 10 Природничі науки  
(шифр і назва)

спеціальність \_\_\_\_\_ 104 Фізика та астрономія  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ фізика  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_ фізика  
(шифр і назва)

вид дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова  
(обов'язкова / за вибором)

факультет \_\_\_\_\_ фізичний  
(назва факультету)

2021 / 2022 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізичного факультету

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року, протокол №\_\_

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: Дюкарев Ю.М., д.ф.-м.н., доцент, професор кафедри вищої математики фізичного факультету.

Програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики фізичного факультету

Протокол від “ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року №\_\_

Завідувач кафедри вищої математики фізичного факультету

\_\_\_\_\_  
(підпис) Завгородня Н.М.  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією фізичного факультету

Протокол від “ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року №\_\_

Голова методичної комісії фізичного факультету

\_\_\_\_\_  
(підпис) Макаровський М.О.  
(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Комплексний аналіз» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки

бакалавра

(назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальність 104 Фізика та астрономія

(шифр і назва)

освітня програма фізика

(шифр і назва)

спеціалізація фізика

(шифр і назва)

Предметом вивчення навчальної дисципліни є функції комплексної змінної та їх застосування для розв'язку прикладних задач.

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни.

*Метою* викладання навчальної дисципліни є формування у майбутніх фізиків базових знань з застосування методів комплексного аналізу для розв'язування теоретичних і практичних задач.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни.

*Основними завданнями* вивчення дисципліни є надання студентам знань щодо основних визначень, теорем та формування умінь:

- 1) знати визначення комплексних чисел та виконувати різні операції над комплексними числами;
- 2) знати визначення основних елементарних функцій комплексної змінної та їх властивості;
- 3) знаходити похідні та здійснювати інтегрування функцій комплексної змінної;
- 4) знаходити радіус збіжності степеневого ряду та розкласти в ряд Телора і Лорана елементарні функції комплексної змінної;
- 5) знати класифікацію ізольованих особливостей та вміти знаходити лишки;
- 6) знати теорему Коші про лишки та її застосування для обчислювати інтегралів;
- 7) знати визначення перетворення Лапласа та його застосування в диференціальних рівняннях;
- 8) знати визначення конформних відображень та деякі їх застосування.

#### 1.3. Кількість кредитів: 4

#### 1.4. Загальна кількість годин: 120

### 1.5. Характеристика навчальної дисципліни.

<i>Обов'язкова / за вибором: обов'язкова</i>	
<i>Вид кінцевого контролю (семестровий екзамен або залік): семестровий екзамен</i>	
<i>Денна форма навчання</i>	<i>Заочна (дистанційна) форма навчання</i>
<i>Рік підготовки</i>	
2-й	
<i>Семестр</i>	
4-й	
<i>Лекції</i>	
32 год.	
<i>Практичні, семінарські заняття</i>	
32 год.	
<i>Лабораторні заняття</i>	
0 год.	

  

<i>Самостійна робота</i>	
56 год.	

### 1.6. Заплановані результати навчання.

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких *результатів навчання*:

**знати:** визначення комплексних чисел, елементарні функції комплексної змінної, похідні та інтеграли для функцій комплексної змінної, ряди Тейлора та Лорана, класифікацію особливостей аналітичних функцій, теорему Коші, перетворення Лапласа та конформні відображення;

**вміти:** виконувати операції над комплексними числами, знаходити похідні та інтеграли для функцій комплексної змінної, розкласти в степеневі ряди основні елементарні функції, знаходити лишки і обчислювати інтеграли за допомогою лишків, застосовувати перетворення Лапласа для розв'язання диференціальних рівнянь, вміти будувати конформні відображення для простих областей на комплексній площині.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Тема 1. Комплексні числа

Операції над комплексними числами, заданими в алгебраїчній формі. Комплексна площина. Геометричний зміст додавання і віднімання комплексних чисел. Модуль і аргумент комплексного числа. Тригонометрична форма запису комплексних чисел. Множення і ділення комплексних чисел, заданих в тригонометричній формі. Геометричний зміст множення і ділення комплексних чисел. Формула Муавра. Натуральні ступеня і корені з комплексних чисел. Показникова форма запису комплексних чисел. Множення і ділення комплексних чисел, заданих в показовому вигляді. Розв'язок квадратних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Загальні алгебраїчні рівняння. Формулювання основної теореми алгебри.

### Тема 2. Елементарні функції комплексної змінної

Експонента. Тригонометричні функції. Гіперболічний функції. Логарифм. Степенева функція. Обернені тригонометричні і гіперболічні функції. Комплексні корені деяких неалгебраїчних рівнянь.

### Тема 3. Похідна та аналітичність функцій комплексної змінної

Границя функції комплексної змінної в точці. Визначення неперервної функції комплексної змінної. Визначення похідної. Визначення аналітичної функції. Умови Коші-Рімана. Похідні елементарних функцій. Геометричний зміст аргументу та модуля похідної. Зв'язок аналітичних функцій з гармонічними. Відбудування аналітичної функції по її дійсній або уявній частини

### Тема 4. Інтегрування функцій комплексної змінної

Інтеграл від комплексних функцій дійсної змінної. Криві в комплексній площині та криволінійні інтегралі комплексних функцій. Обчислення криволінійних інтегралів. Теорема Коші для однозв'язної області. Теорема про деформацію контуру інтегрування та її застосування. Теорема Коші для багатозв'язної області. Первісна для аналітичної функції. Формула Ньютона-Лейбніца. Інтегральна формула Коші для аналітичних функцій. Інтегральна формула Коші для похідних аналітичних функцій. Принцип максимуму модуля.

### Тема 5. Ряди Тейлора та Лорана

Степенові ряди. Радіус і коло збіжності степеневого ряду. Формули для радіуса збіжності степеневого ряду. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора для аналітичних функцій. Розкладання в ряд Тейлора елементарних функцій. Ряд Лорана.

### Тема 6. Нулі, особливі точки та лишки аналітичних функцій

Нулі аналітичної функції. Ізольовані особливі точки. Поведінка функції в околі нескінченно віддаленої точки. Класифікація ізольованих особливостей. Визначення типу ізольованою особливості. Визначення лишків. Обчислення лишків. Теорема Коші про лишки.

### Тема 7. Застосування лишків до обчислення інтегралів

Обчислення інтегралів від тригонометричних функцій за допомогою лишків.

Обчислення невластних інтегралів від раціональних функцій за допомогою лишків. Обчислення невластних інтегралів, які містять тригонометричні функції, за допомогою лишків. Лема Жордана. Інтеграл з особливими точками на дійсній осі. Інтеграл від багатозначних функцій.

**Тема 8.** Перетворення Лапласа та його застосування в диференціальних рівняннях. Визначення перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа. Таблиця основних перетворень Лапласа. Перетворення Лапласа для похідної та інтеграла. Звернення перетворення Лапласа. Застосування перетворення Лапласа до розв'язання диференціальних рівнянь.

**Тема 9.** Конформні відображення. Визначення конформних відображень. Аналітичні функції і конформні відображення. Дробово-лінійне перетворення. Конформні відображення, які пов'язані з основними елементарними функціями.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		Л	П	Лаб	інд	Ср
Тема 1. Комплексні числа	12	4	4			4
Тема 2. Елементарні функції	6	2	2			2
Тема 3. Похідна та аналітичність функцій комплексної змінної	6	2	2			2
Тема 4. Інтегрування функцій комплексної змінної	7	2	2			3
Тема 5. Ряди Тейлора та Лорана	10	4	2			4
Тема 6. Нулі, особливі точки та лишки аналітичних функцій. Контрольна робота №1.	8	2	4			2
Тема 7. Застосування лишків до обчислення інтегралів	20	6	6			8
Тема 8. Перетворення Лапласа та його застосування в диференціальних рівняннях	21	6	6			9
Тема 9. Конформні відображення. Контрольна робота №2.	14	4	4			6
Розрахунково-графічна робота	16					16
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>56</b>

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Алгебраїчна запису комплексних чисел. Арифметичні операції. Модуль та аргумент. Тригонометрична форма запису комплексних чисел.	2
2	Формула Муавра. Натуральні ступеня і корені з комплексних чисел. Показникова форма запису комплексних чисел. Алгебраїчні рівняння.	2
3	Елементарні функції комплексної змінної	2
4	Похідна та аналітичність функцій комплексної змінної	2
5	Інтегрування функцій комплексної змінної	2
6	Ряди Тейлора та Лорана	2
7	Нулі, особливі точки та лишки аналітичних функцій	2
8	<i>Контрольна робота №1</i>	2
9	Застосування лишків до обчислення інтегралів від тригонометричних та раціональних функцій	2
10	Обчислення невластних інтегралів, які містять тригонометричні функції, за допомогою лишків.	2
11	Обчислення інтегралів від багатозначних функцій за допомогою лишків.	2
12	Перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа. Таблиця основних перетворень Лапласа. Перетворення Лапласа для похідної та інтеграла. Звернення перетворення Лапласа.	2
13	Застосування перетворення Лапласа до розв'язання диференціальних рівнянь.	2
14	Перетворення Лапласа та розв'язок систем диференціальних рівнянь.	2
15	Конформні відображення 1.	2
16	<i>Контрольна робота №2</i>	2
<b>Разом</b>		<b>32</b>

## 5. Самостійна робота

№ з/п	Зміст роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	Запис комплексних чисел в алгебраїчній і тригонометричній формах. Арифметичні операції і їх геометричний зміст.	2	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
2	Застосування формули Муавра для знаходження ступенів і коренів з комплексних чисел. Показникова форма запису комплексних чисел.	2	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
3	Визначення та властивості основних елементарних функцій комплексного змінного.	2	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
4	Похідна та аналітичність функцій комплексної змінної	2	
5	Інтегрування функцій комплексної змінної	3	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
6	Ряди Тейлора та Лорана	4	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
7	Нулі, особливі точки та лишки аналітичних функцій	2	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
8	Застосування лишків до обчислення інтегралів від тригонометричних та раціональних функцій	2	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
9	Обчислення невластних інтегралів, які містять тригонометричні функції, за допомогою лишків.	3	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
10	Обчислення інтегралів від багатозначних функцій за допомогою лишків.	3	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
11	Перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа. Таблиця основних перетворень Лапласа. Перетворення Лапласа для похідної та інтеграла. Звернення перетворення Лапласа.	3	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
12	Застосування перетворення Лапласа до розв'язання диференціальних	3	Опитування на практичних заняттях,



	рівнянь.		контрольна робота, іспит
13	Перетворення Лапласа та розв'язок систем диференціальних рівнянь.	3	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
14	Конформні відображення 1.	3	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
15	Конформні відображення 2.	3	Опитування на практичних заняттях, контрольна робота, іспит
16	Розрахунково-графічна робота	16	Перевірка розрахунково-графічної роботи
	<i>Разом</i>	<i>56</i>	

### 6. Індивідуальні завдання

Виконується одна розрахунково-графічна робота (РГР). На виконання РГР відведено 16 годин. РГР формуються за списком завдань з методичного посібника [9].

### 7. Методи контролю

Перевірка контрольних робіт. Перевірка індивідуальних завдань. Залік наприкінці семестру.

### 8. Схема нарахування балів

Контрольна робота №1	Контрольна робота №2	Індивідуальні завдання	Залік	Сума
20	20	20	40	100

### 9. Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену	для заліку
90 – 100	відмінно	Зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	Незадовільно	не зараховано

## 10 Методичне забезпечення

Парфьонова Н. Д. Комплексний аналіз: навчальний посібник. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2011. – 136 с.

Парфьонова Н. Д. Завдання для розрахунково-графічної роботи з комплексного аналізу. Навчально-методичний посібник з комплексного аналізу для студентів 2-го курсу фізичного та радіофізичного факультетів. – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. – 52 с.

## 11 Рекомендована література

### Основна література

1. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1965. – 716 с.
2. Волковыский Л. И., Лунц Г. Л., Араманович И. Г. Сборник задач по теории функции комплексного переменного: Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 312 с.
3. Парфьонова Н. Д. Комплексний аналіз: навчальний посібник. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2011. – 136 с.
4. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексного переменного. – М.: МГУ, 2002. – 320 с.
5. Кондратьев Б. В., Демущий В. П. Операционное исчисление для физиков: Учебное пособие. – Х. ХНУ имени В. Н. Каразина, 2008. – 192 с.
6. Мартыненко В. С. Операционное исчисление. – К.: Выща школа, 1990. – 359 с.
7. Шелковников Ф. А., Такайшвили Г. К. Сборник упражнений по операционному исчислению. – М.: Высшая школа, 1976. – 184 с.
8. Парфьонова Н. Д. Комплексний аналіз: навчальний посібник. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2011. – 136 с.
9. Парфьонова Н. Д. Завдання для розрахунково-графічної роботи з комплексного аналізу. Навчально-методичний посібник з комплексного аналізу для студентів 2-го курсу фізичного та радіофізичного факультетів. – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. – 52 с.

### Допоміжна література

15. Гольдберг А. А., Шеремета М. М., Заблоцький М. В., Скасків О. Б. Комплексний аналіз. – Львів: Афіша, 2002. – 204 с.
16. Морозова В. Д. Теория функций комплексного переменного: учеб. для вузов / под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 520 с.
17. Самойленко В. Г., Бородін В. А., Верьовкіна Г. В., Ловейкін А. В., Комплексний аналіз. Приклади і задачі: Навчальний посібник. – К.: Київський університет, 2010. – 224 с.
18. Сидоров Ю. В., Федорюк М. В., Шабинин М. Н. Лекции по теории функций комплексной переменной – М.: Наука, 1989. – 480 с.