Вісник ХНУ, № 865, серія «Фізика», вип. 12, 2009. с. 21 - 26

PACS: 61.46.Fg, 73.20. – r, 73.25. +i,73.50. – h,73.61. – r
УДК 533.9

Плазменные волны на поверхности нанотрубки в магнитном поле

А. М. Ермолаев, Г. И. Рашба, М. А. Соляник

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
Украина, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4

В приближении эффективной массы рассматриваются магнитоплазменные волны в электронном газе на поверхности цилиндрической нанотрубки в продольном магнитном поле. Электрон – электронное взаимодействие учтено в приближении случайных фаз. Рассчитаны спектр и затухание внутриподзонных и межподзонных плазмонов в вырожденном и невырожденном электронном газе. Показано, что частоты волн испытывают осцилляции типа де Гааза – ван Альфена и Ааронова – Бома. Численные расчеты выполнены для полупроводниковой нанотрубки.
Ключевые слова: нанотрубка, магнитоплазменные волны, приближение случайных фаз, спектр и затухание, осцилляции.

У наближенні ефективної маси розглядаються магнітоплазмові хвилі в електронному газі на поверхні циліндричної нанотрубки у повздовжньому магнітному полі. Електрон – електронна взаємодія врахована в наближенні випадкових фаз. Розраховані спектр і згасання внутріпідзонних і міжпідзонних плазмонів у виродженому і невиродженому електронному газі. Показано, що частотам хвиль властиві осциляції типу де Гааза – ван Альфена і Ааронова – Бома. Числові розрахунки виконані для напівпровідникової нанотрубки.
Ключові слова: нанотрубка, магнітоплазмові хвилі, наближення випадкових фаз, спектр і згасання, осциляції.

Using the effective mass approximation we studied magnetoplasma waves in electron gas on the surface of the cylindrical nanotube in magnetic field. The electron – electronic interaction is included into account. We used the random phase approximation. The result of calculation of energy spectrum of intra-subband and inter-subband plasmones is presented. We researched damping as well. Revealed, that oscillations identical to de Haas – van Alfven and Aharonov – Bohm is a wave's frequency feature. The numerical work has done for semiconducting nanotube.
Key words: nanotube, magnetoplasma waves, random phase approximation, spectrum and damping, oscillations.

Введение

Интерес исследователей к электронным наносистемам на кривых поверхностях стимулируется потребностями техники, совершенствованием методов приготовления таких систем в лабораториях. Наличие дополнительного параметра в теории наносистем на кривых поверхностях – кривизны структуры – позволяет увеличить число способов изменять их свойства. Особый интерес вызывают свойства наносистем в магнитном поле, когда существенны эффекты гибридизации размерного и магнитного квантования движения электронов.

Среди наносистем на кривых поверхностях выделяются углеродные [1] и полупроводниковые [2] нанотрубки, радиус которых составляет десятки ангстрем, а длина – порядка микрометра. Интенсивное изучение свойств нанотрубок привело к возникновению нового направления в физике и технике, которое получило название углеродное материаловедение.

Плазменные волны в электронном газе на поверхности нанотрубки изучались в работах [3 – 5]. В этих работах, посвященных углеродным нанотрубкам, использовалось приближение эффективной массы электрона, а электрон – электронное взаимодействие учитывалось в приближении случайных фаз. Магнитное поле в работах [3 – 5] не учитывалось. В статье [3] рассмотрены плазменные волны на поверхности одного и нескольких коаксиальных цилиндров. Численные расчеты выполнены для углеродных нанотрубок. В статье [4] основное внимание уделено спектру и затуханию плазмонов в режиме квантового предела, когда заполнена лишь нижняя подзона спектра энергии электронов. Авторы работы [5] рассмотрели заполнение большого числа подзон в режиме металлической проводимости углеродной нанотрубки.

Недавно выяснилось, что «затравочный» спектр электронов в строительном материале для углеродных нанотрубок, каким является графен, далек от параболического [6 – 8]. Это означает, что приближение эффективной массы, использованное в работах [3 – 5] и в данной статье, применимо лишь в теории полупроводниковых нанотрубок. В таких системах режим невырожденного электронного газа также может быть достигнут. Термодинамические функции в этом режиме изучались в работе [9]. Здесь мы приводим результаты расчетов спектра и затухания магнитоплазмонов на поверхности полупроводниковой нанотрубки в магнитном поле, направленном вдоль ее оси. Во втором разделе рассмотрены волны в вырожденном электронном газе, а в третьем – в невырожденном газе.

Вырожденный электронный газ

Дисперсионное уравнение для плазменных волн, распространяющихся вдоль оси нанотрубки, имеет вид [3 – 5, 10]

$$1-v_m\left(q\right)P_m\left(q,\omega\right)=0, \tag{1}$$

где $m=0,\pm1,\ldots$ – азимутальное квантовое число электрона на поверхности трубки, q – проекция волнового вектора на ось трубки z, ω – частота волны,

$$v_m\left(q\right)=4\pi\bar{e}^2 aI_m\left(a\left|q\right|\right)K_m\left(a\left|q\right|\right), \tag{2}$$

$\bar{e}^2$ – квадрат заряда электрона, деленный на фоновую диэлектрическую постоянную, a – радиус трубки, I_m и K_m – модифицированные функции Бесселя,

$$P_m\left(q,\omega\right)=\frac{1}{2\pi aL}\times \\ \times\sum_{m^{/}k\sigma}\frac{f_{(m^{/}+m)(k+q)\sigma}-f_{m^{/}k\sigma}}{\varepsilon_{(m^{/}+m)(k+q)\sigma}-\varepsilon_{m^{/}k\sigma}-\hbar\omega-i0} \tag{3}$$

– запаздывающий поляризационный оператор электронного газа на трубке длины L, k – проекция волнового вектора электрона на ось z, $\sigma=\pm1$ – спиновое квантовое число,

$$\varepsilon_{mk\sigma}=\varepsilon_0\left(m+\frac{\phi}{\phi_0}\right)^2+\frac{\hbar^2k^2}{2m_*}+\sigma\mu_B H \tag{4}$$

– энергия электрона с эффективной массой m_* в магнитном поле H [11], $\varepsilon_0=\dfrac{\hbar^2}{2m_*a^2}$ – вращательный квант, $\phi=\pi a^2H$ – магнитный поток через сечение трубки, $\phi_0=2\pi c\hbar/e$ квант магнитного потока, μB – спиновый магнитный момент электрона, f – фермиевская функция распределения электронов.

При нулевой температуре вещественная часть поляризационного оператора (3) в магнитном поле равна

$$ReP_m\left(q,\omega\right)=\frac{m_*}{4\pi^2\hbar^2aq}\times \\ \times\sum_{m^{/}\sigma}\left(ln\left|\frac{qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/},m^{/}-m}-\omega_+}{-qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/},m^{/}-m}-\omega_+}\right|- \\ -ln\left|\frac{qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/}+m,m^{/}}-\omega_-}{-qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/}+m,m^{/}}-\omega_-}\right|\right), \tag{5}$$

где $v^{\sigma}_m=\sqrt{\dfrac{2}{m_*}}\sqrt{\mu_0-\varepsilon_{m\sigma}}$ – максимальная скорость электрона в подзоне $\left(m,\sigma\right)$ спектра (4), $\varepsilon_{m\sigma}=\varepsilon_m+\varepsilon_\sigma$ – граница подзоны, μ_0 – химический потенциал вырожденного электронного газа, $\Omega_{m,m^{/}}=\dfrac{\varepsilon_m-\varepsilon_{m^{/}}}{\hbar}$ – частоты переходов электронов между подзонами, $\omega_\pm=\omega\pm\dfrac{\hbar q^2}{2m_*}$.

Мнимая часть (3) равна

$$ImP_m\left(q,\omega\right)=\frac{m_*}{4\pi\hbar^2\left|q\right|a}\sum_{m^{/}\sigma}\Big[\theta\left(qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/},m^{/}-m}-\omega_+\right)- \\ -\theta\left(-qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/},m^{/}-m}-\omega_+\right)-\theta\left(qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/}+m,m^{/}}-\omega_-\right)+ \\ +\theta\left(-qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/}+m,m^{/}}-\omega_-\right)\Big], \tag{6}$$

где θ – функция Хевисайда. Функция (5) имеет логарифмические сингулярности на параболах

$$\omega_+=\pm qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/},m^{/}-m},\ \omega_-=\pm qv^{\sigma}_{m^{/}}+\Omega_{m^{/}+m,m^{/}} \tag{7}$$

в плоскости $\left(q,\omega\right)$, а (6), как функция частоты, имеет вид ступенек высотой $\dfrac{m_*}{4\pi\hbar^2a\left|q\right|}$ в областях бесстолкновительного затухания магнитоплазменных волн.

Из уравнения (1) следует, что с каждым значением квантового числа m связана ветвь спектра плазменных волн. Окна прозрачности на плоскости $\left(q,\omega\right)$ для этих волн ограничены параболами (7). Например, полагая в (1) $m=0$ и ограничиваясь в $\sum\limits_{m^{/}\sigma}(5)$ одним слагаемым с $m^{/}=-\left[\dfrac{\phi}{\phi_0}\right], \sigma=-1$, соответствующим заполнению нижней подзоны спектра (4) с максимальной скоростью электронов

$$v=\sqrt{\frac{2}{m_*}}\sqrt{\mu_0-\varepsilon_0\eta^2+\mu_B H}$$

(η – дробная часть ϕ/ϕ_0), получаем для частоты волны выше параболы $\omega=qv+\omega_q$ выражение:

$$\omega^2(q)=q^2v^2+\omega_q^2+ +2qv\omega_q cth\frac{2\pi^2\hbar^2 aq}{m_* v_0(q)}, \qquad (8)$$

где $\omega_q=\dfrac{\hbar q^2}{2m_*}$.

В рассматриваемом случае существуют параболическое окно прозрачности, ограниченное параболой $\omega=qv-\omega_q$ и осью q, области выше параболы $\omega=qv+\omega_q$ и правее параболы $\omega=-qv+\omega_q$, в которых бесстолкновительное затухание волн за счет образования электрон – дырочных пар отсутствует. Решений уравнения (1) в параболическом окне прозрачности нет, а спектр волны выше параболы $\omega=qv+\omega_q$ равен (8). В длинноволновом пределе $qv\ll\omega$ он имеет вид

$$\omega(q)=\left(\frac{2\bar{e}^2q^2v}{\pi\hbar}ln\frac{2}{aq}\right)^{1/2}. \qquad (9)$$

Дисперсия этой волны нормальная. С ростом q дисперсионная кривая (8) приближается к параболе $\omega=qv+\omega_q$ сверху.

Решение дисперсионного уравнения (1) в области бесстолкновительного затухания между параболами $\omega=qv+\omega_q$, $\omega=qv-\omega_q$ и $\omega=-qv+\omega_q$ равно

$$\omega^2(q)=q^2v^2+\omega_q^2+ +2qv\omega_q th\frac{2\pi^2\hbar^2 aq}{m_* v_0(q)}. \qquad (10)$$

В длинноволновом пределе отсюда получаем

$$\omega(q)=qv\left[1+\frac{\hbar\omega_q}{4m_*v^2}\left(1+\frac{2\pi\hbar v}{\bar{e}^2 ln\frac{2}{aq}}\right)\right]. \qquad (11)$$

С ростом q дисперсионная кривая (10) приближается к параболе $\omega=qv+\omega_q$ снизу. Она соответствует затухающей плазменной волне.

На рис.1 показаны дисперсионные кривые внутриподзонных плазмонов со спектром (8) (кривая 4) и (10) (кривая 5), рассчитанные для параметров GaAs на трубке радиуса $a=10^{(-6)}$ cm в поле H=10[4] Э. На этом рисунке $Q=\dfrac{\hbar q}{m_*v}$, $\Omega=\dfrac{\hbar\omega}{m_*v^2}$, а числами 1-3 отмечены упомянутые выше параболы.

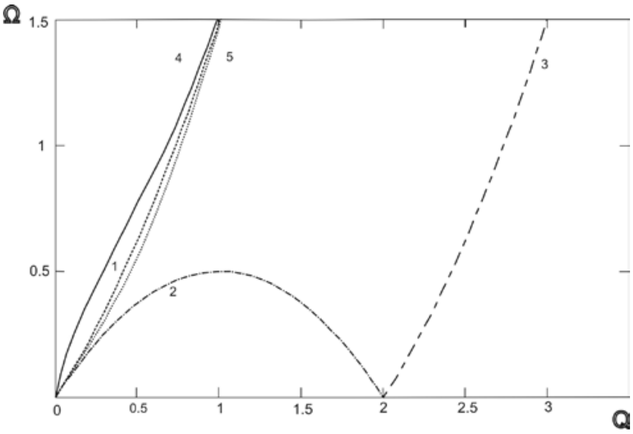

Рис .1

В пределе длинных волн $qv_F\ll\omega$ (v_F – фермиевская скорость электрона) из формулы (5) получаем

$$ReP_0(q,\omega)=\frac{q^2}{2\pi^2\hbar a\omega^2}\sum_{m^{/}\sigma}v_{m^{/}}^{\sigma} \qquad (12)$$

При большом числе заполненных подзон ($\mu_0\gg\varepsilon_0$) сумма $\sum\limits_{m^{/}}$ может быть вычислена по формуле Пуассона. В результате решение дисперсионного уравнения имеет вид

$$\omega^2(q)=\bar{e}^2q^2\frac{v_F}{\hbar}ln\frac{2}{aq}\sum_\sigma\sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\varepsilon_0}}\times \times\left[1+\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_\sigma}\right)^{3/4}\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{l^{3/2}}cos2\pi l\frac{\phi}{\phi_0}sin\left(2\pi l\sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\varepsilon_0}}-\frac{\pi}{4}\right)\right], \qquad (13)$$

где $\mu_\sigma = \mu_0 - \varepsilon_\sigma$. На монотонную зависимость частоты волны от волнового числа накладываются слабые осцилляции типа де Гааза – ван Альфена и Ааронова – Бома. Первые связаны с прохождением корневых особенностей плотности состояний электронов на трубке с изменением ее радиуса через границу Ферми. Период осцилляций с изменением a равен

$$\tau = \frac{\hbar}{(2m_*\mu_0)^{1/2}}. \qquad (14)$$

Осцилляции типа Ааронова – Бома обусловлены изменением магнитного потока через сечение трубки. Их период равен кванту потока ϕ_0.

Рассмотрим дисперсию межподзонных магнитоплазмонов в длинноволновом пределе. При $m \neq 0$ и $qv_F \ll \omega$ из формулы (5) получаем

$$ReP_m^{(\omega)} = \frac{m_*}{2\pi^2\hbar^2 a}\sum_{m'\sigma}\frac{\nu^\sigma_{m'} - \nu^\sigma_{m'+m}}{\omega - \Omega_{m'+m,m'}}. \qquad (15)$$

Входящую сюда сумму по m' снова вычисляем по формуле Пуассона. Тогда

$$ReP_m = \frac{\sqrt{m_*\varepsilon_0}\, m^2}{\sqrt{2}\pi\hbar a\left(\hbar^2\omega^2 - \varepsilon_m^2\right)}\times$$
$$\times\sum_\sigma \mu_\sigma\left[1 + \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_\sigma}}\sum_{l=1}^\infty \frac{1}{l} cos 2\pi l \frac{\phi}{\phi_0} J_1\left(2\pi l\sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\varepsilon_0}}\right)\right]. \qquad (16)$$

где $\varepsilon_m = \varepsilon_0 m^2$, J_1– функция Бесселя, $\hbar\omega \gg \varepsilon_m + 2m\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

Дисперсионное уравнение (1) для длинноволновых межподзонных плазмонов необходимо отдельно решать для случаев *m=1* и *m>1*. Решения имеют вид

$$\omega_1^2(q) = \frac{\varepsilon_0^2}{\hbar^2} + \bar{e}^2\frac{\sqrt{2m_*\varepsilon_0}}{\hbar^3}\left[1 + \frac{(aq)^2}{2} ln\frac{aq}{2}\right]\times$$
$$\times\sum_\sigma \mu_\sigma\left[1 + \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_\sigma}}\sum_{l=1}^\infty \frac{1}{l} cos 2\pi l \frac{\phi}{\phi_0} J_1\left(2\pi l\sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\varepsilon_0}}\right)\right]. \qquad (17)$$

$$\omega_m^2(q) = \left(\frac{\varepsilon_m}{\hbar}\right)^2 + \bar{e}^2\frac{\sqrt{2m_*\varepsilon_0}}{\hbar^3} m\left[1 - \frac{(aq)^2}{4(m-1)}\right]\times$$
$$\times\sum_\sigma \mu_\sigma\left[1 + \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_\sigma}}\sum_{l=1}^\infty \frac{1}{l} cos 2\pi l \frac{\phi}{\phi_0} J_1\left(2\pi l\sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\varepsilon_0}}\right)\right]. \qquad (18)$$

$m = 2, 3, \ldots$ Предельные частоты волн со спектром (17) и (18) равны

$$\omega_m^2(0) = \left(\frac{\varepsilon_m}{\hbar}\right)^2 + \bar{e}^2\frac{\sqrt{2m_*\varepsilon_0}}{\hbar^3} m\times$$
$$\times\sum_\sigma \mu_\sigma\left[1 + \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_\sigma}}\sum_{l=1}^\infty \frac{1}{l} cos 2\pi l \frac{\phi}{\phi_0} J_1\left(2\pi l\sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\varepsilon_0}}\right)\right].$$

Дисперсия этих волн аномальная. Их частоты испытывают рассмотренные выше осцилляции типа де Гааза – ван Альфена и Ааронова – Бома. На эти осцилляции накладываются модуляции, обусловленные спиновым расщеплением уровней ε_m.

На рис. 2 показан график зависимости $\Omega_1^2 = \frac{\omega_1^2(q)}{\omega_1^2(0)}$ от aq для указанных выше значений параметров GaAs и $\frac{\phi}{\phi_0} = 1$.

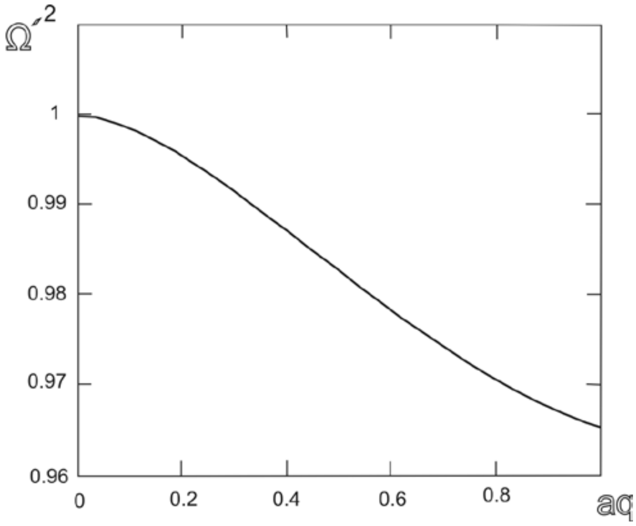

Рис .2

Невырожденный электронный газ

В этом разделе при вычислении поляризационного оператора (3) используется функция распределения Максвелла – Больцмана. Вещественная и мнимая части поляризационного оператора больцмановского электронного газа на поверхности нанотрубки в магнитном поле равны

$$ReP_m\left(q,\omega\right)=-\frac{m_*}{2\pi^{3/2}\hbar^2 aq}e^{\beta\mu}ch\beta\mu_B H\times$$
$$\times\sum_{m'=-\infty}^{\infty}exp\left[-\beta\varepsilon_0\left(m'+\frac{\phi}{\phi_0}\right)^2\right]\times$$
$$\times\left\{F\left(\sqrt{\frac{m_*\beta}{2q^2}}\left[\omega_+-\Omega_{m^{-},m^{-}-m}\right]\right)-\right.$$
$$\left.-F\left(\sqrt{\frac{m_*\beta}{2q^2}}\left[\omega_--\Omega_{m'+m,m'}\right]\right)\right\}, \quad (19)$$

$$ImP_m\left(q,\omega\right)=\frac{m_*}{2\pi\hbar^2 a\left|q\right|}e^{\beta\mu}ch\beta\mu_B H\times$$
$$\times\sum_{m'}exp\left[-\beta\varepsilon_0\left(m'+\frac{\phi}{\phi_0}\right)^2\right]\times$$
$$\times\left\{exp\left[-\frac{m_*\beta}{2q^2}\left(\omega_+-\Omega_{m',m'-m}\right)^2\right]-\right.$$
$$\left.-exp\left[-\frac{m_*\beta}{2q^2}\left(\omega_--\Omega_{m'+m,m'}\right)^2\right]\right\}, \quad (20)$$

где β – обратная температура, μ– химический потенциал,

$$F\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}P\int_{-\infty}^{\infty}dy\frac{e^{-y^2}}{x-y}\cdot \quad (21)$$

В пределе длинных волн $q\ll\omega\sqrt{m_*\beta}$ из формул (19) – (21) получаем для внутриподзонных плазмонов

$$ReP_0\left(q,\omega\right)=\frac{nq^2}{2\pi am_*\omega^2},$$

$$ImP_0\left(q,\omega\right)=-\sqrt{\frac{\beta m_*}{2\pi}}\frac{n\beta\omega}{2aq}\times$$
$$\times exp\left(-\frac{\beta m_*\omega^2}{2q^2}\right), \quad (22)$$

где n – линейная плотность электронов на поверхности трубки, связанная с химическим потенциалом [9]. Из (1) и (22) получаем спектр длинноволновых внутриподзонных плазмонов

$$\omega_0^2\left(q\right)=2\frac{\bar{e}^2 n}{m_*}q^2 ln\frac{2}{aq}\cdot \quad (23)$$

Спектр этой волны показан на рис. 3, где $\omega'^2=\omega_0^2\left(q\right)\frac{m_* a^2}{2\bar{e}^2 n}\cdot$

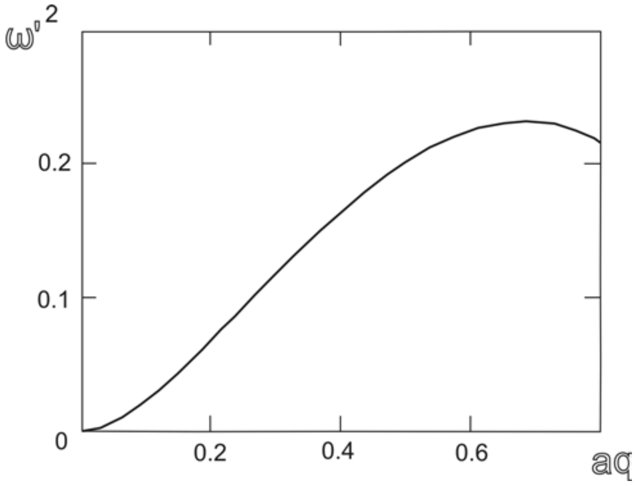

Рис .3

Декремент затухания плазменных волн $\gamma\left(q\right)=\dfrac{ImP(q,\omega(q))}{\dfrac{\partial}{\partial\omega\left(q\right)}ReP(q,\omega(q))}$ со спектром (23) равен

$$\gamma_0\left(q\right)=\sqrt{\frac{\pi}{8}}\left(\frac{m_*\beta}{q^2}\right)^{3/2}\times$$
$$\times\omega_0^4\left(q\right)exp\left[-\frac{\beta m_*\omega_0^2\left(q\right)}{2q^2}\right]. \quad (24)$$

Эта формула – аналог затухания Ландау для волн в невырожденной плазме [12].

Для межподзонных плазмонов с $m\neq 0$ в длинноволновом пределе $q\ll\left|\omega-\Omega\right|\sqrt{m_*\beta}$ получаем

$$ReP_m\left(\omega\right)=\frac{m^2\varepsilon_0 n}{\pi\, a\left(\hbar^2\omega^2-\varepsilon_m^2\right)},$$

$$ImP_m\left(\omega\right)=-\frac{n}{\check{z}\left|m\right|}\sqrt{\frac{m_*\beta}{2\pi}}\times$$
$$\times sh\frac{\beta\hbar\omega}{2}e^{-\frac{\beta}{4\varepsilon_m}\left(\left(\hbar\omega\right)^2+\varepsilon_m^2\right)}. \quad (25)$$

Частоты этих волн с учетом $aq\ll 1$ равны

$$\omega_1^2(q) = \left(\frac{\varepsilon_0}{\hbar}\right)^2 + 2\bar{e}^2\varepsilon_0\frac{n}{\hbar^2}\left(1 + \frac{a^2q^2}{2}ln\frac{aq}{2}\right), \quad \omega_m^2(q) = \left(\frac{\varepsilon_m}{\hbar}\right)^2 + \frac{2\bar{e}^2 n\varepsilon_0 m}{\hbar^2}\left[1 - \frac{a^2q^2}{4(m-1)}\right]. \quad (26)$$

$m = 2, 3, \ldots$

Из формул (25) получаем декремент затухания волн со спектром (26):

$$\gamma_m(q) = \frac{\sqrt{\pi m_* \beta}a}{2^{3/2}\hbar^3 m^3 \varepsilon_0 \omega_m(q)} \times \left[\hbar^2\omega_m^2(q) - \varepsilon_m^2\right]^2 \times sh\frac{\beta\hbar\omega_m(q)}{2}e^{-\frac{\beta}{4\varepsilon_m}\left((\hbar\omega(q))^2 - \varepsilon_m^2\right)}. \quad (27)$$

При выводе формул (23 – 27) мы предполагали, что $\beta\varepsilon_0 \ll 1$ и заменяли сумму по m' в (19) и (20) интегралом. В результате зависимость частот и затухания волн от магнитного поля при фиксированной плотности электронов выпала. Более строго сумму по m' можно преобразовать при помощи формулы [13]

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} exp\left[-x(m+v)^2\right] = \sqrt{\frac{\pi}{x}}\sum_{l=-\infty}^{\infty} exp\left(-\frac{\pi^2 l^2}{x}\right)cos2\pi lv, \quad x > 0.$$

Тогда частоты волн при фиксированном химическом потенциале будут испытывать осцилляции типа Ааронова – Бома $cos2\pi l\frac{\phi}{\phi_0}$ с амплитудой, пропорциональной $exp\left(-\frac{\pi^2 l^2}{\beta\varepsilon_0}\right)$. При рассматриваемых в этой статье условиях эти осцилляции вряд ли удастся заметить.

Заключение

В приближении эффективной массы энергетический спектр электронов проводимости на поверхности полупроводниковой нанотрубки представляет собой набор одномерных подзон, границы которых неэквидистантны. Плотность электронных состояний $\nu(\varepsilon)$ имеет корневые особенности на этих границах. С изменением $\sqrt{\varepsilon}$ плотность состояний осциллирует с периодом $\frac{\hbar}{\sqrt{2m_* a}}$ [9]. В результате частоты плазменных и магнитоплазменных волн в вырожденном электронном газе на поверхности нанотрубки также осциллируют с изменением $\sqrt{\mu_0}$ с тем же периодом. Эти осцилляции похожи на осцилляции де Гааза – ван Альфена намагниченности электронного газа с изменением магнитного поля. Период этих осцилляций, рассматриваемых в зависимости от радиуса трубки, равен $\frac{\hbar}{\sqrt{2m_*\mu_0}}$.

Измерение периодов позволяет получить эффективную массу электрона или энергию Ферми. На осцилляции частот волн типа де Гааза – ван Альфена накладываются осцилляции Ааронова – Бома. Они обусловлены изменением магнитного потока через сечение трубки. Их период равен кванту потока. Описанные здесь осцилляции спектра магнитоплазмонов могут быть обнаружены в опытах с рассеянием света и электронов нанотрубками.

1. S. Iijima, Nature 354, 56 (1991).
2. Л. И. Магарилл, А. Б. Чаплик, М. В. Энтин, УФН 175, 995 (2005).
3. M. F. Lin and Kenneth W. – K. Shung, Phys. Rev. B 47, 6617 (1993).
4. O. Sato, Y. Tanaka, and M. Kobayashi, A. Hasegawa, Phys. Rev. B48, 1947 (1993).
5. P. Longe, S. M. Bose, Phys. Rev. B 48, 18239 (1993).
6. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morosov, D. Jing, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and A. A. Firsov, Science 306, 666 (2004).
7. V. P. Gusynin, V. A. Miransky, S. G. Sharapov, and I. A. Shovkovy, Fiz. Nizk. Temp. 34, 993 (2008).
8. Yu. V. Skrypnyk, V. M. Loktev, Fiz. Nizk. Temp. 34, 1040 (2008).
9. А. М. Ермолаев, М. А. Соляник, Вісник ХНУ, 821, серія «Фізика», вип.11, 9 (2008).
10. A. V. Chaplik, L. I. Magarill, and R. Z. Vitlina, Fiz. Nizk. Temp. 34, 1094 (2008).
11. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, А. В. Шорохов, ЖЭТФ 115, 1450 (1999).
12. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 16, 574 (1946).
13. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, Интегралы и ряды, Наука, Москва (1981).