Вісник ХНУ, № 914, серія «Фізика», вип. 13, 2010. с. 14 – 18

УДК 535.44; 535.016
PACS number(s): 73.20.M, 78.20.Bh, 61.46.-w

Аналитический подход к конструированию дифракционных решёток с заданными свойствами

М. А. Тимченко[1], И. С. Спевак[2], А. В. Кац[2]

[1] *Харьковский Национальный Университет им. В. Н. Каразина, пл. Свободы, 4, 61077, Харьков, Украина*

[2] *Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова, НАН Украины, ул. Ак. Проскуры, 12, 61085, Харьков, Украина*

В статье представлено ясное аналитическое решение задачи, имеющей большое значение для создания новейшей оптоэлектроники. Задача состоит в определении параметров амплитудной решётки при дифракции на которой монохроматической p-поляризованной волны энергия распределялась бы между дифрагированными волнами заранее заданным образом. Показано, что соответствующие рельефные решётки могут быть созданы на поверхности металла при условии возбуждения поверхностных плазмон-поляритонов. Найдено аналитическое решение, справедливое в случае малого поверхностного импеданса. Приведенное приближённое решение хорошо согласуется с результатами прямого численного счёта. Полученные результаты допускают обобщение на случай двумерных решёток и произвольной поляризации падающей волны.

Ключевые слова: оптоэлектроника, дифракция, импеданс, поляризация.

У статті наведене прозорий аналітичний розв'язок проблеми, яка має велике значення для конструювання новітньої оптоелектроніки. Задача полягає у визначенні параметрів амплітудної ґратки при дифракції на якій монохроматичної p-поляризованої хвилі енергія розподілялася б заздалегідь заданим чином. Показано, що відповідні рельєфні решітки можуть бути створені на поверхні метала за умов збудження поверхневих плазмон-поляритонів. Знайдено аналітичний розв'язок, що є справедливим за умов мализни поверхневого імпедансу. Наведений наближений розв'язок дуже добре узгоджується з результатами прямих чисельних розрахунків. Отримані результати допускають узагальнення на випадок двовимірних ґраток та довільної поляризації падаючої хвилі.

Ключові слова: оптоелектроніка, дифракція, імпеданс, поляризація.

Explicit analytical solution of the problem that is of high interest for possible implications in recent optoelectronic devices is presented. The problem under solution is definition of the relief grating parameters so that diffraction of a plane monochromatic p-polarized light wave results in a before given energy redistribution between different diffracted waves. It is shown that corresponding relief gratings can be realized on the metal surfaces under surface plasmon polaritons excitation conditions. An analytic solution valid for low values of the surface impedance is presented. This approximate solution was compared with strict numerical calculations and very good accordance was demonstrated. The results obtained allow generalization for two-dimensional gratings and arbitrary polarization of the incident wave.

Keywords: optoelectronics, diffraction, impedance, polarization.

Введение

Взаимодействие света с периодической поверхностью металла (металлической дифракционной решеткой) представляет большой теоретический и прикладной интерес в связи с необходимостью создания узкополосных частотно-поляризационных фильтров, мультиплексоров и демультиплексоров и т.п., применяемых в современных оптоэлектронных устройствах [1-4]. Наиболее интересна при этом область резонансного взаимодействия, обусловленного возбуждением поверхностных электромагнитных волн – поверхностных плазмон-поляритонов (ППП). Хотя задача дифракции света на любой заданной решетке может быть легко решена стандартными численными методами [5,6], это, однако, не позволяет получить ответ на вопрос о существовании периодических профилей, позволяющих реализовать те или иные требуемые свойства, например, деление энергии между разными дифракционными каналами в заданном отношении.

В данной работе предложен аналитический подход к решению соответствующих задач, основанный на малости поверхностного импеданса металлов и предполагаемой малости наклонов [7,8]. В указанных предположениях удается построить явное аналитическое решение, обладающее хорошей точностью. В результате удается решить и обратную задачу, т.е. найти параметры решетки, обладающей

© М. А. Тимченко, И. С. Спевак, А. В. Кац, 2010

заданными свойствами. Предлагаемый метод демонстрируется на простейшем примере однорезонансной дифракции $p-$поляризованного излучения на классической одномерной решетке произвольного профиля. Показано, что распределение энергии между отраженными волнами определяется в основном конечной совокупностью Фурье гармоник решетки, ответственными за перерассеяние ППП в уходящие от границы волны.

Задача дифракции

Рассмотрим падение плоской *p*-поляризованной волны с волновым вектором $\mathbf{k}=\left(k_x,0,k_z\right)=k\left(\sin\theta,0,\cos\theta\right)$ из вакуума на поверхность металла с периодическим профилем, описываемым функцией $z=\zeta(x)$, при этом плоскость падения xOz перпендикулярна рельефу (рис.1). При отражении возникают дифрагированные волны разных порядков с волновыми векторами $\mathbf{k}_m=(k_{mx},0,k_{mz})$ с компонентами

$$k_{mx}=k_x+mg,\qquad k_{mz}=-\sqrt{k^2-k_{mx}^2}, \quad (1.1)$$

где $\mathbf{g}=(g,0,0)$ — вектор обратной решётки, лежащий в плоскости падения, $g=2\pi/d$, d — период решётки.

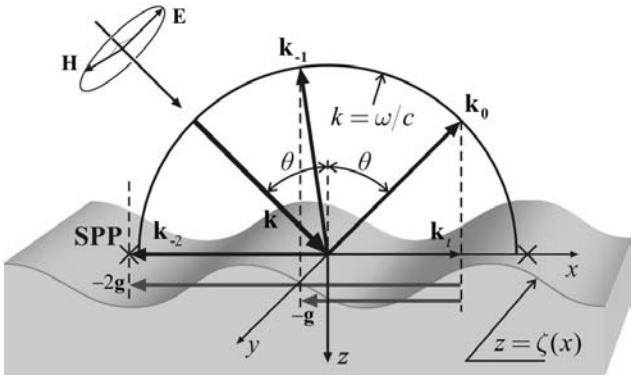

Рис. 1. Геометрия дифракционной задачи. Волна -2ro порядка становится поверхностной и распространяется вдоль границы металла влево.

Множество этих волн можно разделить на подмножества: $\mathcal{P}$ — конечный набор однородных волн, удаляющихся от поверхности в полупространство $z<0$, для которых $|k_m|<k$; бесконечное множество неоднородных волн $\mathcal{N}$ с волновыми векторами $|k_m|>k$, прижатых к поверхности металла и быстро затухающих при удалении от поверхности. При определённых комбинациях угла падения и длины падающей волны возможен ещё третий случай $|k_{mx}|\simeq k$, когда одна или сразу две дифрагированные волны становятся поверхностными плазмон-поляритонами и распространяются вдоль границы, т.е. возникает резонанс. Возбуждение ППП оказывает существенное влияние на результаты дифракции. Как будет показано далее, именно при возбуждении ППП появляется возможность контролировать потоки отражённых волн и величину поглощения.

Полное поле является суммой падающего и рассеянного полей

$$\mathcal{H}=\mathbf{e}_y[e^{i\mathbf{kr}}+h(\mathbf{r})]e^{-i\omega t}, \quad (1.2)$$

где амплитуда магнитного поля падающей волны взята равной единице. В случае *p*-поляризации электрическое поле выражается через магнитное, $\mathcal{E}=ik^{-1}\,\mathrm{rot}\,\mathcal{H}$.

Полное поле на границе раздела подчиняется граничному условию Леонтовича

$$\mathcal{E}_t(\mathbf{r},t)+\xi[\mathbf{n}\times\mathcal{H}(\mathbf{r},t)]=0,\, z=\zeta(x), \quad (1.3)$$

где $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности, а $\xi=1/\sqrt{\varepsilon}$ — поверхностный импеданс, $\mathrm{Re}\,\xi\ll|\mathrm{Im}\,\xi|\ll 1$, ε — диэлектрическая проницаемость металла.

Подставляя в граничное условие поля, разложенные в ряд Фурье-Флоке по пространственным гармоникам, и разложение функции $\zeta(x)$ в ряд Фурье

$$h(\mathbf{r})=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h_m\exp(i\mathbf{k_m r}),$$

$$\zeta(x)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\zeta_m\exp(imgx), \quad (1.4)$$

получаем систему линейных уравнений для амплитуд магнитного поля h_m:

$$\sum_m D_{nm}h_m=V_m, \quad (1.5)$$

где

$$D_{nm}=\delta_{n,m}(\beta_m+\xi)-\mu_{nm}+O(\mu^2)+O(|\xi\mu|), \quad (1.6)$$

$$V_n = \delta_{n,0}(\beta_0 - \xi) + \mu_{n0} + O(\mu^2) + O(|\xi\mu|). \quad (1.7)$$

Величины $\mu_{nm} = ik\zeta_{n-m}(1-\alpha_n\alpha_m)$ пропорциональны малым наклонам решётки, $\alpha_m = k_{mx}/k$ и $\beta_m = -k_{mz}/k$; D_{nm} — бесконечная матрица, диагональные элементы которой порядка единицы, а недиагональные $\sim k\zeta_{n-m}$ и малы; V_n — бесконечномерный вектор, компонента которого с нулевым индексом порядка единицы, а остальные компоненты пропорциональны малым наклонам и поэтому малы.

Закон дисперсии поверхностных плазмон-поляритонов соответствует обращению в нуль детерминанта матрицы $\|D_{mn}\|$, что в случае небольших наклонов дает в квадратичном по наклонам приближении

$$\beta_r + \xi + \Gamma_r = 0, \quad \Gamma_r = \\ = \sum_{N\neq r} \frac{|\mu_{Nr}|^2}{\beta_N + \xi} = \Gamma'_r + i\Gamma''_r, \quad . \quad (1.8) \\ r = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Наличие даже малой диссипации, $\xi' \neq 0$, приводит к тому, что условие (1.8) не выполняется точно: закон дисперсии ППП отвечает обращению в нуль мнимой части, $\beta''_r + \xi'' + \Gamma''_r = 0$, а его реальная часть в нуль не обращается (последняя обратно пропорциональна длине пробега ППП). Для задачи дифракции условие (1.8) соответствует полюсу матрицы рассеяния, вблизи которого происходит резонансное возбуждение ППП.

В однорезонансном случае решение системы в окрестности *r*-го резонанса имеет вид

$$h_r = \frac{2}{\beta_r + \xi + \Gamma_r} \frac{\beta_0 \mu_{r0}}{(\beta_0 + \xi)}, \quad (1.11)$$

$$h_N = \frac{\delta_{n,0}(\beta_0 - \xi) + \mu_{N0} + \mu_{Nr} h_r}{\beta_N + \xi}, \quad N \quad (1.12)$$

Слагаемое с μ_{N0} в последней формуле соответствует нерезонансному вкладу, обусловленному рассеянием падающей волны в дифракционный спектр N-го порядка при $N \neq 0$, а последнее слагаемое отвечает резонансному вкладу – рассеянию ППП в данный спектр. Заметим, что в величину Γ'_r, определяющую ширину резонанса, входят только слагаемые с $N \in \mathcal{P}$, т. е. те гармоники, при рассеянии на которых резонансная волна переходит в распространяющиеся волны при одношаговом рассеянии (назовём эти гармоники существенными). В величину Γ''_r, определяющую сдвиг положения резонанса, входят как существенные гармоники, так и все остальные гармоники, ответственные за возникновение неоднородных волн, $N \in \mathcal{N}$.

Обратная задача

Введём потоки энергии дифрагированных волн

$$\mathbf{S}_N = \frac{c}{8\pi} \mathrm{Re}[\mathbf{E}^*_N \mathbf{H}_N], \qquad N \in \mathcal{P} \quad (2.1)$$

и их относительные *z*-компоненты (дифракционные эффективности, s_N)

$$s_N = -\frac{S_{Nz}}{S} = \frac{\mathrm{Re}\,\beta_N}{\beta_0} |h_N|^2, \quad N \in \mathcal{P}. \quad (2.2)$$

Подставляя сюда выражения для h_N и пренебрегая нерезонансным вкладом, а также малым отличием $\beta_N + \xi$ от β_N, получаем конечную систему уравнений, задающую связь между дифракционными эффективностями отражённых волн в резонансной точке и существенными гармониками. Решая эту систему относительно амплитуд существенных гармоник в резонансной точке, $\beta''_r + \xi'' + \Gamma''_r = 0$, находим

$$|\mu_{r0}|^2 = \frac{\left(1 - \sqrt{s_0}\right)^2}{1 - s_{\text{total}}} \beta_0 \xi', \quad (2.3)$$

$$|\mu_{Nr}|^2 = \frac{s_N}{1 - s_{\text{total}}} \beta_N \xi', \quad N \in \mathcal{P} \setminus 0, \quad (2.4)$$

где $s_{\text{total}} = \sum_{N \in \mathcal{P}} s_N < 1$.

Как видно, в пренебрежении нерезонансным вкладом результаты дифракции не зависят от фаз существенных гармоник. Учет нерезонансного вклада в h_N приводит к небольшим изменениям положений и высот экстремумов, зависящим от фаз существенных гармоник.

Величины дифракционных эффективностей нельзя задавать совсем произвольно, поскольку из закона сохранения энергии следует

$$1 - s_{\text{total}} = A \simeq \xi' \,|\, h_r \,|^2 > 0 . \qquad (2.5)$$

Это условие означает, что доля энергии падающей волны, $A = 1 - s_{\text{total}}$ уносится возбуждаемым плазмон-поляритоном и в простейшем случае поглощается поверхностью.

На Рис. 2 приведен пример спектральной зависимости дифракционных эффективностей распространяющихся спектров $N = 0, -1$ в окрестности резонанса -2 -го порядка при дифракции на бигармонической решётке на поверхности золота

$$\zeta(x) = a_1 \cos(2\pi x/d) + a_2 \cos(4\pi x/d) \qquad (2.6)$$

при условии, что в точке резонанса достигается равнораспределение: $s_0 = s_{-1} = 0.2$. Период решётки d=820 нм, угол падения $\theta = 30^\circ$. Амплитуды гармоник a_1 и a_2 в пренебрежении нерезонансным вкладом даются формулами (2.3) и (2.4) и равны: a_1=18,2 нм, a_2=10,7 нм. Результат расчета для этих значений по формулам (1.12), (2.2) приведен на Рис. 2 пунктиром. Как видно, влияние нерезонансного вклада приводит к отклонению от желаемого результата, которое можно устранить, полагая a_1=21,3 нм, a_2=11,3 нм, соответствующие графики изображены на Рис. 2 сплошными линиями. Зависимости поглощательной способности A приведены на Рис.3, где для сравнения штрих-пунктиром показана поглощательная способность гладкой металлической поверхности.

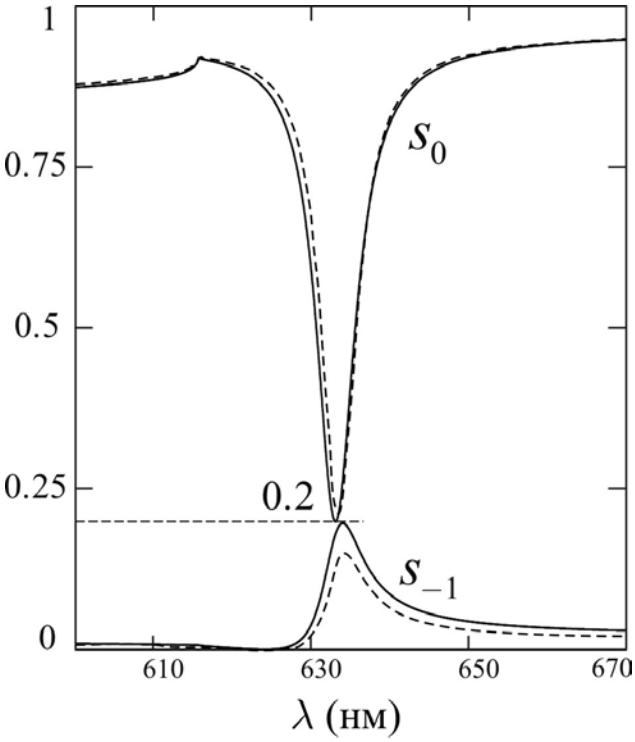

Рис. 2. Спектральные зависимости дифракционных эффективностей при дифракции на решетке (2.6). Резонанс в -2ом порядке.

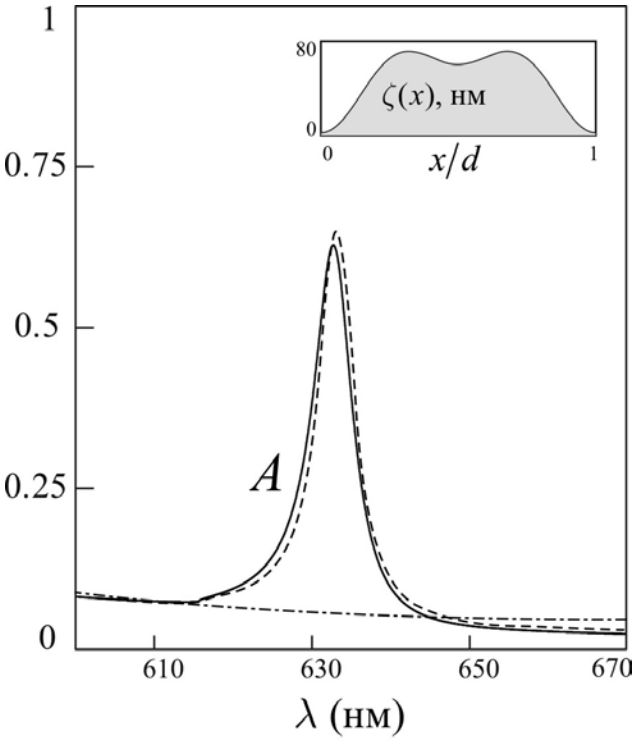

Рис. 3. Поглощательная способность A для решетки (пунктир и сплошная линия) и для плоской границы (штрих-пунктир). На вставке приведен профиль решётки.

Заключение

В работе предложен метод определения профиля дифракционной решетки, обеспечивающей наперед заданное распределение потоков энергии уходящих дифракционных спектров. Метод основан на аналитическом решении задачи дифракции в условиях плазмон-поляритонного резонанса [7,8] и позволяет найти «существенные» амплитуды гармоник профиля

поверхности тоже аналитически. Несмотря на простоту, этот метод дает хорошие результаты (которые, при необходимости, могут быть уточнены путем численной подгонки) и допускает обобщение на случай двумерных периодических структур. Результаты работы могут быть использованы для повышения эффективности светодиодов и солнечных элементов, а также при разработке оптических фильтров и делителей.

Работа была выполнена при частичной поддержке гранта STCU N 3979.

1. A.V. Zayats, I.I. Smolyaninov and A.A. Maradudin. *Physics Reports*, **408**, 131-314 (2005).
2. D.H. Raguin and G.M. Morris. *Appl. Opt.* **32**, 1154-1167 (1993).
3. R. Brauer, O. Bryngdal. *Appl. Opt*., **33**, 7875-7882 (1994).
4. Y.F. Huang, S. Chattopadhyay, Y.J. Jen, C.Y. Peng, T.A. Liu, Y.K. Hsu, C.L. Pan, H.C. Lo, C.H. Hsu, Y.H. Chang, C.S. Lee, K.H. Chen, and L.C. *Nature nanotechnology*, **2**, 770-774 (2007).
5. T.V. Teperik, A.G. Borisov. *Phys. Rev.* B **79**, 245409-(1-9), (2009).
6. M. Neviere, E. Popov. *Light Propagation in Periodic Media. Differential Theory and Design*. 410 p. (Marcel Dekker, Inc., 2003).
7. А.В. Кац, П.Д. Павицкий, И.С. Спевак. *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, **35**, 234-245 (1992).
8. A.V. Kats, I.S. Spevak, N.A. Balakhonova. *Phys. Rev.* B **76**, 075407(1-27), (2007).