Вісник ХНУ, № 962, серія «Фізика», вип. 15, 2011. с. 42 – 45

УДК: 538. 951+538. 953
PACS: 62.40.+i

Особенности полного активационного анализа релаксационных спектров стандартного неупругого тела

В.А. Летяго

Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина,
пл. Свободы, 4, Харьков, Украина, 61077

Обсуждаются некоторые особенности полного активационного анализа релаксационных спектров стандартного неупругого тела. Эта задача является важной связи с тем, что его спектры с учетом температурной зависимости степени релаксации в общем случае не имеют дебаевской формы. В работе выполнены некоторые сравнения и уточнения в отношении определения релаксационных характеристик различными способами.
Ключевые слова: стандартное неупругое тело, активационный анализ релаксационных спектров

Обговорюються деякі особливості повного активаційного аналізу релаксаційних спектрів стандартного непружного тіла. Ця задача важлива тому, що його спектри з урахуванням температурної залежності ступеня релаксації у загальному випадку не мають дебаєвської форми. У роботі виконані деякі порівняння і уточнення відносно визначення релаксаційних характеристик різними засобами.
Ключові слова: стандартне непружне тіло, активаційний аналіз релаксаційних спектрів

We discuss some properties of a complete activation analysis of relaxation spectra for a standard inelastic body. This problem is important because its spectra generally do not possess a Debye shape if one takes into account the temperature dependence of the relaxation degree. The paper contains some comparison and refinement of relating to the determinations of relaxation characteristics by several techniques.
Keywords: standard inelastic body, activation analysis of relaxation spectra

Согласно, например, [1, 2], внутреннее трение Q^{-1} стандартного неупругого тела описывается формулой

$$Q^{-1} = \Phi \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}. \qquad (1)$$

Здесь ω - циклическая частота колебаний, τ - время релаксации, Φ - множитель, независящий от частоты. Его можно считать степенью релаксации, если $\Phi \ll 1$.

Величину Φ в общем случае (см., например, [2]) считают слабо зависящей от температуры, поэтому активационный анализ традиционно базируется только на рассмотрении дебаевского пика

$$f(\omega,\tau) = \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}. \qquad (2)$$

При этом обычно считается, что

$$\tau = \tau_0 \exp\frac{U_m}{kT}. \qquad (3)$$

Здесь τ_0 - некоторая постоянная величина, k - постоянная Больцмана, T - температура исследуемого образца, U_m- энергия активации, например, перемещения дефектов кристаллической решетки.

При температуре $T=T_{max}$ функция $f(\omega, \tau)$ принимает максимальное значение равное 0,5. Это соответствует условию

$$\omega\tau_0 \exp\frac{U_m}{kT_{max}} = 1. \qquad (4)$$

Напомним, что дебаевский пик симметричен относительно температуры $T=T_{max}$.

Если величина τ_0 известна, то значение U_m может быть найдено с помощью (4). В противном случае значение U_m может быть рассчитано по: а) низкотемпературной $(\omega\tau \gg 1)$ и и высокотемпературной $(\omega\tau \ll 1)$ ветвям дебаевского пика; б) полуширине релаксационного максимума; в) частотному смещению пика.

Настоящая работа направлена на развитие идей, изложенных в статьях [3,4,5], в которых показано, что температурной зависимостью величины Φ в общем случае пренебречь нельзя. Например, в том случае, когда параметр η, ответственный за некоторый релаксационный процесс, с температурой изменяется активируемым образом

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{\pm U_f \pm \gamma M \varepsilon}{kT}\right), \qquad (5)$$

то внутреннее трение Q^{-1} будет описываться выражением

$$Q^{-1} = \frac{A}{T}\frac{\omega\tau_0 \exp\left(\frac{U_m \pm U_f}{kT}\right)}{1+\omega^2\tau_0^{\,2}\exp\left(\frac{2U_m}{kT}\right)}. \qquad (6)$$

В равенствах (5) и (6) η_0 и A - постоянные множители, M - модуль упругости, γ - активационный объем, U_f - энергия активации, например, образования или связи дефектов кристаллической решетки. В работах [3, 4] показано, что вид кривой, которая соответствует зависимости $Q^{-1}(T)$, описываемой выражением (6), определяется отношением U_f / U_m.

Из соотношения (6) видно, что внутреннее трение Q^{-1} стандартного неупругого тела определяется двумя энергиями активации U_m и U_f. Конечно, при этом предполагается правильность выражений (3) и (5). В связи с этим, полный активационный анализ релаксационных спектров стандартного неупругого тела должен заключаться в нахождении двух энергетических величин U_m и U_f, а не в определении только одной энергии U_m, как это делается традиционно.

Однако при сравнении формул (2) и (6) нетрудно заметить следующее. В первой из них в общем случае неизвестно два параметра U_m и τ_0, а во второй – четыре, то есть U_m, U_f, A и τ_0. В связи с этим, является актуальным обсуждение способов расчета величин U_f и U_m по экспериментальным данным, оставаясь при этом в рамках модели стандартного неупругого тела.

Остановимся вначале на следующем. Рассмотрим интервалы температур, для которых $\omega\tau \gg 1$ и $\omega\tau \ll 1$. Для них на основании (6) находим, что

$$Q^{-1} \approx \frac{A}{T\omega\tau_0}\exp\frac{-U_m \pm U_f}{kT} \quad \text{и} \quad Q^{-1} \approx \frac{A}{T}\omega\tau_0 \exp\frac{U_m \pm U_f}{kT}$$

соответственно.

Логарифмируя два последних выражения, получаем следующую систему уравнений

$$\ln(TQ^{-1}) = \ln\left(\frac{A}{\omega\tau_0}\right) + \frac{-U_m \pm U_f}{kT} \qquad (7)$$

и

$$\ln(TQ^{-1}) = \ln(A\omega\tau_0) + \frac{U_m \pm U_f}{kT}. \qquad (8)$$

Видно, что в обоих случаях $\ln(TQ^{-1})$ линейно зависит от T^{-1}. Определив из (7) и (8) графическим или расчетным способами значения

$$\Delta\ln(TQ^{-1}) / \Delta(T^{-1}) = \alpha_1 = \frac{-U_m \pm U_f}{k} \quad \text{и}$$

$$\Delta\ln(TQ^{-1}) / \Delta(T^{-1}) = \alpha_2 = \frac{U_m \pm U_f}{k}$$

соответственно, находим, что

$$U_f = \pm\frac{k(\alpha_1 + \alpha_2)}{2} \qquad (9)$$

и

$$U_m = \frac{k(\alpha_2 - \alpha_1)}{2}. \qquad (10)$$

Здесь $\Delta\ln(TQ^{-1})$, $\Delta(T^{-1})$ приращения величин $\ln(TQ^{-1})$ и T^{-1} при изменении температуры исследуемого образца. По-видимому, при любом виде кривой $Q^{-1}(T)$ для стандартного неупругого тела способ определения величин U_m и U_f по низкотемпературной и высокотемпературной ветвям зависимости $Q^{-1}(T)$ является предпочтительным. Однако, если изучаемый релаксационный эффект происходит, например, на некотором фоне внутреннего трения, то точность расчета значений U_m и U_f этим методом может существенно снизиться.

Предположим теперь, что кривая $Q^{-1}(T)$ имеет форму пика. В этом случае методика определения величин U_f и U_m по его низкотемпературной и высокотемпературной ветвям, конечно, сохраняет свою силу. В связи с этим, отметим здесь только следующее. Если $U_f \neq 0$, то $|\alpha_1| \neq |\alpha_2|$, то есть релаксационные пики должны быть асимметричными, что нередко наблюдается экспериментально (см. например, [6,7,8]). Однако их асимметрию традиционно объясняют наличием спектра времен релаксации. Хотя, как мы видим, асимметрии релаксационных пиков можно дать и иное толкование.

Если зависимость $Q^{-1}(T)$ является кривой с максимумом, то легко убедиться, что экстремум $Q^{-1}(T)$ удовлетворяет условию

$$\omega\tau_0 \exp\frac{U_m}{kT_{max}} = \left(\frac{U_m \pm U_f + kT_{max}}{U_m \mp U_f - kT_{max}}\right)^{1/2}. \qquad (11)$$

Здесь T_{max} - температура, при которой достигается максимальное значение $Q^{-1}(T)$. Из (11) следует, что внутреннее трение стандартного неупругого тела будет иметь экстремум, если будет выполняться условие $U_m - U_f \gg k\,T_{max}$.

Сравнив (4) и (11), видим, что правые части указанных соотношений являются разными. Если теперь значение τ_0 известно, то выражение (11) является уравнением с двумя неизвестными величинами U_m и U_f.

Если $U_m - U_f >> k\,T_{max}$, то выражение (11) примет вид

$$\omega\tau_0 \exp\frac{U_m}{kT_{max}} \approx \left(\frac{U_m \pm U_f}{U_m \mp U_f}\right)^{1/2} . \quad (12)$$

Если равенство (12) записать для двух частот ω_1 и ω_2, то легко получить выражение для U_m

$$U_m = \frac{kT_{max,1}T_{max,2}}{T_{max,2} - T_{max,1}} \ln\frac{\omega_2}{\omega_2} . \quad (13)$$

Здесь $T_{max,1}$ и $T_{max,2}$ - температуры, при которых наблюдаются максимальные значения $Q^{-1}(T)$ при частотах ω_1 и ω_2 соответственно.

Из (13) видно, что при $U_m - U_f >> k\,T_{max}$ формула для величины U_m, несмотря на отличие правых частей (4) и (12), совпадает с выражением для энергии активации U_m, которое традиционно используется при анализе частотного смещения релаксационного пика [1,2]. Однако, если условие $U_m - U_f >> k\,T_{max}$ не выполняется, то равенство (13), вероятно, следует рассматривать как оценочное выражение для величины U_m.

Предположим, что при разных частотах получены кривые $Q^{-1}(T)$, тогда по частотной зависимости максимального значения внутреннего трения Q^{-1}_{max}, согласно [3,5], можно найти отношение U_f / U_m. Пусть $U_f / U_m = \chi$. Тогда при $U_m - U_f >> k\,T_{max}$ с помощью равенства (13) находим величину U_m. После этого вычисляем значение $U_f = \chi\,U_m$. Зная величины U_m и U_f, с помощью выражения (11) можно рассчитать и значение τ_0. Безусловно, знание трех параметров τ_0, U_f, U_m может облегчить установление механизма диссипации энергии, ответственного за данный релаксационный пик. Если нельзя утверждать, что $U_m - U_f >> k\,T_{max}$, то имеет смысл поступить следующим образом. По экспериментальным данным можно получить функцию

$$F(T)= Q^{-1}(T)\cdot T . \quad (14)$$

Элементарно убедиться, что, если $U_m > U_f$, то функция $F(T)$ при некоторой температуре $T^{(F)}_{max}$ принимает максимальное значение. Величина $T^{(F)}_{max}$ определяется условием

$$\omega\tau_0 \exp\frac{U_m}{kT^{(F)}_{max}} = \left(\frac{U_m \pm U_f}{U_m \mp U_f}\right)^{1/2} . \quad (15)$$

Видно, что соотношения (12) и (15) подобны. Однако они отличаются значениями температур T_{max} и $T^{(F)}_{max}$. Если теперь из (15) выразить $T^{(F)}_{max}$, то с учетом равенства (6) из (14) находим, что максимальное значение F_{max} функции $F(T)$ имеет следующую частотную зависимость

$$F_{max} = A\left(\frac{U_m \mp U_f}{2U_m}\right)\times \\ \times\left(\frac{U_m \pm U_f}{U_m \mp U_f}\right)^{\frac{U_m \pm U_f}{2U_m}} \tau_0^{\frac{\mp U_f}{U_m}} \omega^{\frac{\mp U_f}{U_m}} . \quad (16)$$

Из (16) следует, что $F_{max} = B\omega^{\frac{\mp U_f}{U_m}}$, где B - постоянный множитель, который от частоты не зависит. Если $U_m - U_f >> k\,T_{max}$, то частотные зависимости Q^{-1}_{max} и F_{max} совпадают. Предположим теперь, что внутреннее трение $Q^{-1}(T)$ изучено при разных частотах. Тогда по кривым $Q^{-1}(T)$ легко рассчитать зависимости $F(T)$, по которым можно определить F_{max} и $T^{(F)}_{max}$. Если теперь записать выражение (15) для разных частот ω_1 и ω_2, то получим соотношение для энергии U_m

$$U_m = \frac{kT^{(F)}_{max,1}T^{(F)}_{max,2}}{T^{(F)}_{max,2} - T^{(F)}_{max,1}} \ln\frac{\omega_2}{\omega_2} . \quad (17)$$

Равенства (13) и (17) по виду подобны. Однако температуры, входящие в них, в общем случае имеют разный смысл. Если теперь по частотной зависимости величины F_{max} найти отношение U_f / U_m, то, рассчитав по (17) U_m, определяем и значение U_f. После этого с помощью равенства (15) можно вычислить и величину τ_0.

До сих пор мы обсуждали внутреннее трение стандартного неупругого тела, оставаясь в приближении одного времени релаксации. Однако даже в рамках конкретного механизма релаксационных потерь механической энергии возможна и такая ситуация, когда придется говорить и о спектре времен релаксации. Можно предположить, что сказанное выше сохраняет свою силу и в этом случае. Однако, тогда величины U_f, U_m, τ_0, определенные способами, которые изложены в данной работе, следует рассматривать как результат усреднения по множествам значений U_f, U_m и τ_0.

1. В.С.Постников. Внутреннее трение в металлах, Металургія, М.(1974), 352 с.
2. А.Новик, Б.Берри. Релаксационные явления в кристаллах, Атомиздат, М. (1975), 472 с.
3. Н.М.Гумен, В.А. Летяго. Анализ влияния зависимости параметра релаксации от температуры на вид релаксационного спектра. Деп. в УкрНИИНТИ 10 июля 1984, №1192Ук-84, 28 с.

4. В.А.Летяго, А.Ф. Сиренко. Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, серія «Фізика» вип. 5, №516, 113-117(2001).
5. В.А.Летяго. Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, серія «Фізика» вип. 13, №914, 106-108(2010).
6. В.С.Постников, А.М.Беляев. Влияние различных факторов на характер температурной зависимости внутреннего трения алюминия. – в кн.: Релаксационные явления в металлах и сплавах, гос. науч.-тех. изд-тво лит-ры по черной и цветной металлургии, М., 159-164 (1963).
7. T.S. Ke. Phys.Rev., **74**, №8, 914-916 (1948).
8. П.Л.Грузин, А.Л.Семенихин. Влияние ядерных излучений и пластической деформации на внутреннее трение в цирконии. – в кн.: Релаксационные явления в металлах и сплавах, гос. науч.-тех. изд-тво лит-ры по черной и цветной металлургии, М., 236-242 (1963).