

УДК: 537.312.62

PACS 05.4 5.Xt, 74.50.+r, 85.25.Cp

Синхронізація саморозігрітих джозефсонівських контактів

О. Гриб

*Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
пл. Свободи 4, 61022, Харків, Україна*

Методом повільно змінюючихся амплітуд розглянуто умови когерентного випромінювання в системі двох джозефсонівських контактів, які розігріваються Джоулевым теплом, що виділяється при проходженні струму через ці контакти (саморозігрів). Контакти не мають теплового зв'язку один з одним. В систему включено коло зворотного високочастотного зв'язку. Розраховано вольт-амперні характеристики контактів. Знайдено, що при саморозігріві температура кожного з контактів збільшується на величину порядку 0.1 К. Для саморозігрітих контактів знайдено невелике (до 4% від критичної напруги) збільшення інтервалу напруг, у якому контакти випромінюють когерентно. Показано, що когерентне випромінювання може здійснюватися контактами, які перебувають при різних температурах.

Ключові слова: надпровідники, Джозефсона ефект, синхронізація

Методом медленно меняющихся амплитуд рассмотрены условия когерентного излучения в системе двух джозефсоновских переходов, которые разогреваются Джоулевым теплом, выделяющимся при прохождении тока через эти контакты (саморазогрев). Переходы не имеют тепловой связи друг с другом. В систему включена высокочастотная обратная связь. Вычислены вольт-амперные характеристики переходов. Найдено, что при саморазогреве температура каждого перехода увеличивается на величину порядка 0.1 К. Для саморазогретых переходов найдено небольшое (порядка 4% от критического напряжения) увеличение интервала напряжений, в котором переходы излучают когерентно. Показано, что когерентное излучение может осуществляться переходами, которые находятся при разных температурах.

Ключевые слова: сверхпроводники, эффект Джозефсона, синхронизация

Conditions of coherent radiation are considered by means of the method of slowly varying amplitudes in the system of two Josephson junctions which are heated by Joule heat when the electrical current is passing through them (self-heating). Junctions do not have the thermal connection with each other. The high-frequency feedback circuit is included in the scheme. IV-characteristics of junctions are calculated. It is found that the temperature of each of the junctions increases on the value of about 0.1 K at self-heating. The small increase of the voltage interval at which junctions radiate coherently (up to 4% of the critical voltage) is found. It is shown also that junctions which have different temperatures can radiate coherently.

Keywords: superconductors, Josephson effect, synchronization.

Вступ

Протягом останніх років було показано експериментально, що внутрішні джозефсонівські контакти, зроблені з високотемпературних надпровідників, можуть випромінювати з потужністю до 5 мікровоат [1-3]. Показано також, що випромінююча система сильно нагрівається [4-6].

Експерименти ставлять проблему впливу саморозігріву контактів на синхронізацію їх випромінювання. Ця проблема досі не вивчалась. У попередніх роботах вивчався вплив саморозігріву на автономні (не взаємодіючі електрично між собою) контакти [7,8]. Однак, для синхронізації джозефсонівського випромінювання, контакти звичайно зв'язують колом зворотного зв'язку [7,9], так що розігрів контактів відбувається не лише за рахунок постійного струму через контакти, але і за рахунок

внеску змінного струму у колі зворотного зв'язку.

У даній роботі досліджується вплив саморозігріву на синхронізацію на прикладі найпростішої системи, яка складається з ланцюга з двома джозефсонівськими контактами, з'єднаного з колом високочастотного зворотного зв'язку, який включає елементи індуктивності, ємності та електричного опору. Аналіз саморозігріву та синхронізації випромінювання проводиться методом повільно змінюючихся амплітуд, який було розвинуто для розгляду як саморозігріву так і синхронізації окремо [7,8]. Вплив як кола зворотного зв'язку, так і саморозігріву на напругу на контактах розглядається як збурення напруги на автономних (не взаємодіючих) контактах. У цій роботі розглянуто вплив обох цих збурень на вольт-амперні характеристики контактів одночасно. Оскільки перегрів контактів вище критичної температури може

знищити саме явище джозефсонівської генерації, має великий практичний інтерес розглянути систему, яка забезпечує когерентне випромінювання, не визиваючи такого великого струму у колі зворотного зв'язку, який привів би до великого саморозігріву. Така система має індуктивний зв'язок між контактами [9,10]. Це означає, що елемент ємності у колі зворотного зв'язку має забезпечити тільки височастотний змінний струм, не збуджуючи резонансів, що посилюють змінний струм у колі. Цьому елементу буде приписано велику ємність, і в подальшому розгляданні буде ураховуватись тільки індуктивність та електричний опір кола зворотного зв'язку. Недоліком схеми зворотного кола з індуктивним зв'язком є обмежений інтервал розбіжності критичних струмів (до 5%), при якому контакти випромінюють когерентно [11].

Модель

Височастотна схема системи показана на Мал. 1а. Електричне коло зворотного зв'язку має індуктивність L та електричний опір R_1 . Для забезпечення чисто височастотного зв'язку між контактами в коло вставлено конденсатор з ємністю C_1 . Джозефсонівські контакти у рамках резистивної моделі представлені як паралельно з'єднані конденсатор з ємністю C_j , електричний опір R_j та джерело джозефсонівського струму I_j . Моделюючи систему методом повільно змінюючихся амплітуд, треба формально приєднати конденсатори до контуру зворотного зв'язку [11], так що кожен контакт тепер розглядається тільки як паралельне з'єднання R_{jk} та I_{jk} , де k – номер контакту (Мал. 1б). Ми будемо розглядати контакти з однаковими ємностями, оскільки відхилення у значеннях ємностей впливає на вольт-амперні характеристики тільки як величина другого порядку малості [7]. Однак, ми будемо розглядати контакти з різними критичними струмами та електричними опорами. Нехай критичні струми при температурі кріостату T_0 будуть $I_{ck}(T_0) = (1 \mp \delta) I_{c0}(T_0)$, де $I_{c0}(T_0)$, де $I_{c0}(T_0)$ – середній критичний струм та δ – безрозмірна величина. Ми вважаємо значення критичних напруг контактів однаковими при температурі кріостату: $V_{c1}(T_0) = V_{c1}(T_0) = V_c(T_0)$. Тому електричні опори контактів дорівнюють $R_{1j} = R_0 / (1 - \delta)$ та $R_{2j} = R_0 / (1 + \delta)$ та $R_2 = R_0 / (1 + \delta)$, де $R_0 = V_c(T_0) / I_{c0}(T_0)$. Ми вважаємо величини R_1 та R_2 незалежними від температури.

Розглянемо синхронізацію контактів методом повільно змінюючихся амплітуд спочатку при фіксованій температурі системи, яка дорівнює температурі кріостату T_0 . Динаміка фаз контактів у

системі описується рівнянням, яке слідує з умови збереження струму:

$$\dot{\varphi}_k + \sin \varphi_k = i - \tilde{i}_k, \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

де φ_k та $\dot{\varphi}_k$ – різниця фази параметру порядку на контакті та її перша похідна по відношенню до безрозмірного часу $\tau = 2\pi R_0 I_{c0}(T_0) t / \Phi_0$, де Φ_0 – квант магнітного потоку, $i = I / I_{c0}(T_0)$ – нормалізований постійний струм, $\tilde{i}_k = \tilde{I}_k / I_{c0}(T_0)$ – нормалізований змінний струм, що тече через k -й контакт. Контакти взаємодіють між собою за допомогою струмів \tilde{i}_k . Ці струми визначаються рівнянням

$$\tilde{i}_k = \sum_{k'} y_k \cdot \tilde{v}_{k'}, \quad k, k' = 1, 2, \quad (2)$$

де $y_{kk'}$ – коефіцієнти зв'язку, які дорівнюють амплітудам змінного струму через k -й контакт, якщо є одинична амплітуда напруги на k' -му контакті, $\tilde{v}_{k'}$ – амплітуда напруги на k' -му контакті. Згідно методу повільно змінюючихся амплітуд, замість рівнянь динаміки фаз (1) треба вирішити так звані вкорочені рівняння для усереднених фаз θ_k [7,9,11]:

$$\dot{\theta}_k = \hat{v}_k = \bar{v}_k^A - r_d \frac{\langle \tilde{i}_k \cos \theta_k \rangle}{i}, \quad k = 1, 2, \quad (3)$$

де $\bar{v}_k^A = \bar{V}_k^A(T) / V_c(T_0)$ – нормалізована та повністю усереднена по часу напруга на k -му автономному (не взаємодіючому ні з якою системою) контакті, $r_d = d\bar{V}^A / di$, $\bar{V}^A = (\tilde{i}^2 - 1)^{1/2}$, дужки $\langle \dots \rangle$ означають усереднення тільки по швидким процесам, наприклад, по періоду джозефсонівської генерації. Усереднення по швидким процесам у рівняннях (3) дає таку систему вкорочених рівнянь:

$$\dot{\theta}_k = \bar{v}_k^A + \frac{a}{2} H_{kk'}, \quad k, k' = 1, 2, \quad (4)$$

$$H_{kk'} = \Re(y_k) + \Re(y_{k'}) \cos \psi \mp \Im(y_k) \sin \psi,$$

де $\dot{\theta}_k$ – похідна від θ_k відносно безрозмірного часу τ , $a = 2 / (i + \bar{v}^A)$, $\psi = \theta_2 - \theta_1$, $\Re(\dots)$ та $\Im(\dots)$ – дійсна та уявна частини комплексного виразу. Головні обмеження методу повільно змінюючихся амплітуд є нерівність $\tilde{i}_k < i$, яка означає, що змінний струм у колі зворотного зв'язку повинен бути меншим за постійний струм через контакт та обмеження $\bar{v}^A \geq 1$, яке означає, що в методі ураховується тільки головна гармоніка джозефсонівської генерації, яка стає домінуючою при

цих напругах [7,11].

Система рівнянь (4) була вирішена для різних кіл зворотного зв'язку [9-14], включаючи коло, показане на Мал. 1а [11]. Коефіцієнти зв'язку y_{kk} були отримані методом контурних струмів. Для того, щоб отримати вольт-амперні характеристики $v_k \equiv \hat{V}_k / V_c(T_0) = f(i)$, треба вирахувати усереднені фази з рівнянь (4) чисельними методами та усереднити величини $\dot{\theta}_k$ по великому проміжку часу.

Досі ми розглядали синхронізацію контактів при фіксованій температурі кріостату. Зараз ми включаємо в модель саморозігрів контактів, який відбувається при виділенні джоулівського тепла. Згідно методу повільно змінюючихся амплітуд, потужність виділення тепла $P_k = \langle \hat{I}_k V_k \rangle$ у k -му контакті дорівнює

$$\frac{P_k}{I_c(T_0)V_c(T_0)} = \left\{ i \bar{v}_k + \frac{a^2 (\bar{v}^A)^2}{2} H_{kk'} \right\}, \quad k, k' = 1, 2. \quad (5)$$

У цьому рівнянні ураховано нагрів як постійним струмом через контакт, так і змінним струмом. Згідно простій моделі [8], вплив саморозігріву на вольт-амперну характеристику автономного контакту можна урахувати так:

$$\bar{v}_k^A(p_k) = (i_k^2 - (1 - p_k)^2)^{1/2}, \quad k = 1, 2, \quad (6)$$

де $p_k = P_k / (V_c(T_0)I_T)$ - нормалізована потужність з $I_T = (\gamma |dV_c(T) / dT|)^{-1}$, $\gamma = 1 / (\pi r \lambda)$ - коефіцієнт, який характеризує тепловідвід, λ - теплопровідність надпровідника, r - характерний розмір, $|dV_c(T) / dT|$ - похідна критичної напруги по температурі. Для того, щоб отримати вольт-амперні характеристики саморозігрітих контактів, треба підставити $\bar{v}_k^A(p_k)$ у рівняння (4). Температура перегріву k -го контакту над температурою кріостату може бути грубо розрахована по формулі

$$T_k = T_0 + \Delta T_k = T_0 + \gamma_k P_k, \quad k = 1, 2. \quad (7)$$

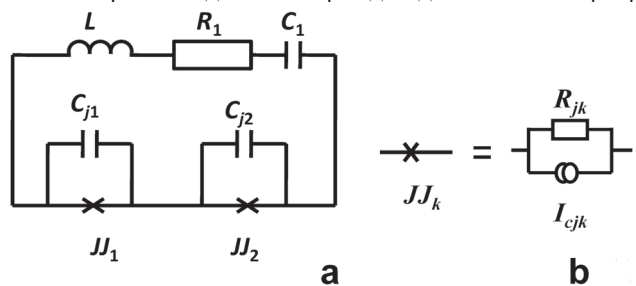
Зауважимо, що наведений спосіб оцінки температури контакту є дуже грубим. Проте, він може бути застосованим саме для якісної оцінки поведінки системи при саморозігріві, яка використовується в цій роботі.

Результати розрахунків

Для розрахунків були обрані параметри контактів, які характерні для низькотемпературних надпровідників [7]: $|dV_c(T)/dT| = 6.41 \cdot 10^{-4}$ В/К, $R_0 = 1$ Ом, $I_c(T_0) = 10^{-3}$ А, $\delta = 0.02$, $\beta_{C_j} = (2 \pi I_{c_0}(T_0)R_0^2 C_j / \Phi_0) = 0.5$. Параметри контуру зворотного зв'язку: $r_1 = R_1 / R_0 = 2$, $\beta_{C_1} = (2 \pi I_{c_0}(T_0)R_0^2 C_1 / \Phi_0) = 2 \cdot 10^3$,

$\beta_L = (2 \pi I_{c_0}(T_0)L / \Phi_0) = 5$. При таких параметрах отримано найбільший інтервал струмів, у якому контакти синхронізовані при температурі кріостату [11]. Параметри, які визначають саморозігрів: $\lambda = 8$ Вт/м·К, $r = 0.5$ мкм. В усіх розрахунках прийнято, що відвід тепла від кожного контакту є незалежним, тобто, температура кожного з контактів не впливає на температуру другого контакту. Методику розрахунку коефіцієнтів зв'язку для системи, показаній на Мал. 1, викладено в роботі [11].

Вольт-амперні характеристики кожного з контактів при температурі кріостату показано на Мал. 2. Для порівняння наведені також вольт-амперні характеристики, які отримано прямим рішенням системи рівнянь динаміки фаз для даної системи [12]

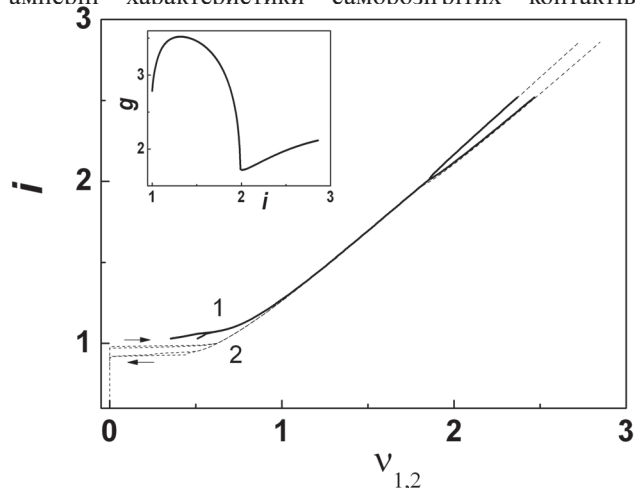


Мал. 1. (а)- високочастотна схема системи. Конденсатори формально від'єднані від контактів; (б)- електрична схема джозефсонівського контакту без конденсатору.

(штрихові лінії). Видно, що розрахунок методом повільно змінюючихся амплітуд майже співпадає з рішенням динамічних рівнянь у всьому інтервалі струмів за виключенням початкового участку ($i \leq 1.2$). Цей результат узгоджується з одним з головних обмежень методу повільно змінюючихся амплітуд ($\bar{v}^A \geq 1$), оскільки $\bar{v}^A \approx 1$ тільки при $i \approx 1.2$ (див. Мал. 2). Невеликий гістерезис для кривих, отриманих при рішенні рівнянь динаміки фаз, зумовлений впливом ємності у колі зворотного зв'язку. В інтервалі струмів, де вольт-амперні характеристики окремих контактів співпадають одна з одною, контакти випромінюють когерентно [9]. Саме цей інтервал є предметом дослідження у даній роботі. Залежність нормалізованої потужності випромінювання від постійного струму через контакти показана на вставці до Мал. 2. Потужність нормалізована таким чином [13], що для повністю синхронізованих контактів $g = 4$, для зміщення фаз на $\pi/2$ потужність $g = 0$, а для контактів, фазове зміщення на яких не залежить одне від одного, $g = 2$. Видно, що, хоча контакти синхронізовано на всьому інтервалі постійних струмів,

де їхні вольт-амперні характеристики співпадають, синхронізації з нульовим зміщенням фаз не досягається.

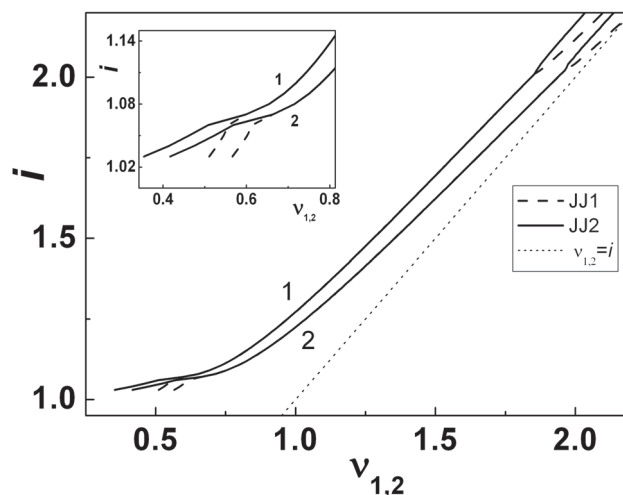
Вольт-амперні характеристики контактів при температурі кріостату разом з характеристиками саморозігрітих контактів показані на Мал. 3. Вольт-амперні характеристики саморозігрітих контактів



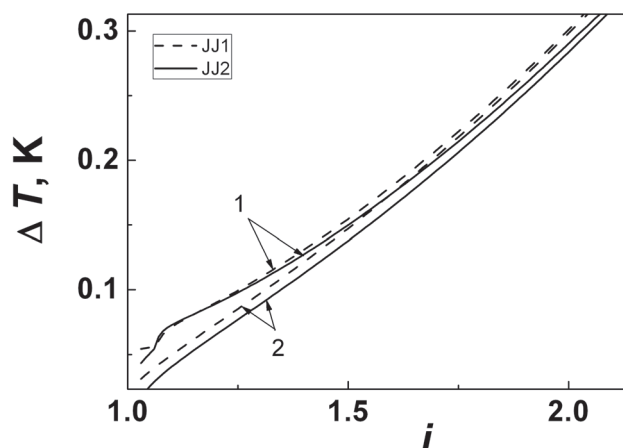
Мал. 2. Вольт-амперні характеристики контактів у системі при температурі кріостату: (1)- розрахунок методом повільно змінюючихся амплітуд, (2, пунктирні лінії)- розрахунок прямим рішенням рівнянь динаміки фаз. Напрямок зміни струму при гістерезисі показаний стрілками. Вставка: залежність нормалізованої потужності випромінювання від постійного струму.

зміщені до прямої $V_{1,2} = i$, що характерно для всіх саморозігрітих контактів [8]. Зміщення вольт-амперних характеристик спостерігається як при малих постійних струмах (див. вставку на Мал. 3), так і при великих струмах. Однак, зміщення сильніше при великих струмах тому, що при цих струмах розігрів більший. За рахунок цього нерівномірного зміщення відбувається незначне (до $0.04V_c(T_0)$) збільшення інтервалу синхронізації.

Залежності температури саморозігріву контактів від постійного струму $\Delta T_k = \gamma P_k = f(i)$ показані на Мал. 4 (ці залежності позначено цифрою 1) разом з кривими $\Delta T'_k = \gamma i \bar{v}_k = f(i)$ (ці залежності позначено цифрою 2). Видно, що розігрів при напругах, які відповідають частоті джозефсонівської генерації, дорівнює приблизно 0.1К. Ця величина на 80% складається з розігріву постійним струмом через контакти. Процес синхронізації може бути продемонстрований за допомогою Мал. 3, 4. Контакт з меншим критичним струмом (позначений пунктирною лінією на Мал. 3) першим переходить до резистивного стану і збуджує змінний струм у колі зворотного зв'язку. Цей струм збуджує великі коливання напруги на другому контакті, так що усереднена напруга на ньому



Мал. 3. Вольт-амперні характеристики контактів: (1)-при температурі кріостату, (2)-саморозігрітих контактів. ВАХ контакту 1 (контакт з меншим критичним струмом) показана пунктиром. Крапки-лінія $V_{1,2}=i$. Вставка: збільшений участок ВАХ при малих струмах.



Мал. 4. Залежності температури саморозігріву контактів від постійного струму: (1)- $\Delta T_k = \gamma P_k = f(i)$; (2)- $\Delta T'_k = \gamma i \bar{v}_k = f(i)$. Зміни температури контакту 1 (контакт з меншим критичним струмом) показані пунктиром.

збільшується, і напруга на цьому контакті “підтягується” до напруги на першому контакті. Ці ж самі процеси спостерігаються і в температурному режимі контактів на Мал. 4. Проте, після початкової стадії “підтягування”, температури саморозігрітих контактів знову стають різними і асимптотично наближаються до температур $\Delta T'_k$ (Мал. 4). Зауважимо, що, незважаючи на різні температури контактів, вони залишаються в синхронізованому стані з однаковою усередненою напругою. Таким чином, синхронізовані контакти в системі можуть перебувати при різних температурах, причому різниця між цими температурами не може перевищувати різницю температур, зумовлену розігрівом постійним струмом через контакти.

Зауважимо, що цей результат отримано при умові незалежного відводу тепла від кожного з контактів.

Висновки

У роботі побудовано модель впливу саморозігріву джозефсонівських контактів джоулевым теплом, яке виділяється у резистивному стані, на синхронізацію цих контактів. Модель примінено до простої системи із зворотним зв'язком, який включає електричний опір, індуктивний елемент та конденсатор, який має велику ємність. Вольт-амперні характеристики та температури саморозігріву отримано методом повільно змінюючихся амплітуд, модифікованим для включення у розрахунки ємності джозефсонівських контактів. Показано, що температура кожного з контактів у результаті саморозігріву збільшується приблизно на 0.1K порівняно з температурою кріостату. Інтервал напруг, при яких відбувається синхронізація контактів, збільшується на кілька відсотків. Показано також, що синхронізовані контакти можуть знаходитися при різних температурах, причому різниця температур не може перевищувати різницю, зумовлену розігрівом постійним струмом через контакти.

Робота виконана у рамках теми 2-12-11.

- L. Ozyuzer, A. E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K. E. Gray, W.-K. Kwok, U. Welp. *Science*, 318, 1291 (2007).
- K. Kadowaki, H. Yamaguchi, K. Kawamata, T. Yamamoto, H. Minami, I. Kakeya, U. Welp, L. Ozyuzer, A. Koshelev, C. Kurter, K. E. Gray, W.-K. Kwok. *Physica*, C468, 634 (2008).
- K. E. Gray, A. E. Koshelev, C. Kurter, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, M. Tachiki, W.-K. Kwok, U. Welp. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19, 886 (2009).
- Cihan Kurter, Kenneth E. Gray, John Zasadzinski, Lutfi Ozyuzer, Alexei E. Koshelev, Qing'an Li, T. Yamamoto, K. Kadowaki, Wai-Kwong Kwok, M. Tachiki, Ulrich Welp. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 19, 428 (2009).
- S. Guénon, M. Grunzweig, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Y. Li, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, R. G. Mints, E. Goldobin, D. Koelle, H. B. Wang, R. Kleiner. *Phys. Rev.*, B82, 214506 (2010).
- B. Wang, S. Guénon, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Grunzweig, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, D. Koelle, and R. Kleiner. *Phys. Rev. Lett.*, 105, 057002 (2010).
- K. K. Likharev. *Dynamics of Josephson junctions and circuits*, Gordon and Breach, Philadelphia. (1991), 750 P.
- B. Н. Губанков, К.К.Лихарев, Н. М. Марголин. *ФТТ*, 14, 953 (1972).
- L. S. Kuzmin, K. K. Likharev, G. A. Ovsyannikov. *Radio Eng. Electron. Phys.*, 26,102 (1981).
- G. A. Ovsyannikov, L. S. Kuzmin, K. K. Likharev. *Radio Eng. Electron. Phys.*, 27, 142 (1982).
- A. N. Grib, J. Scherbel, P. Seidel. *Phys. Lett. A* 266, 76 (2000).
- A. Grib, J. Scherbel. P. Seidel. *physica status solidi (a)*, 198, 142 (2003).
- A. N. Grib, P. Seidel, and J. Scherbel. *Phys. Rev.*, B65, 094508 (2002).
- A. Grib, P. Seidel. *physica status solidi (RRL)*, 3, 302 (2009).